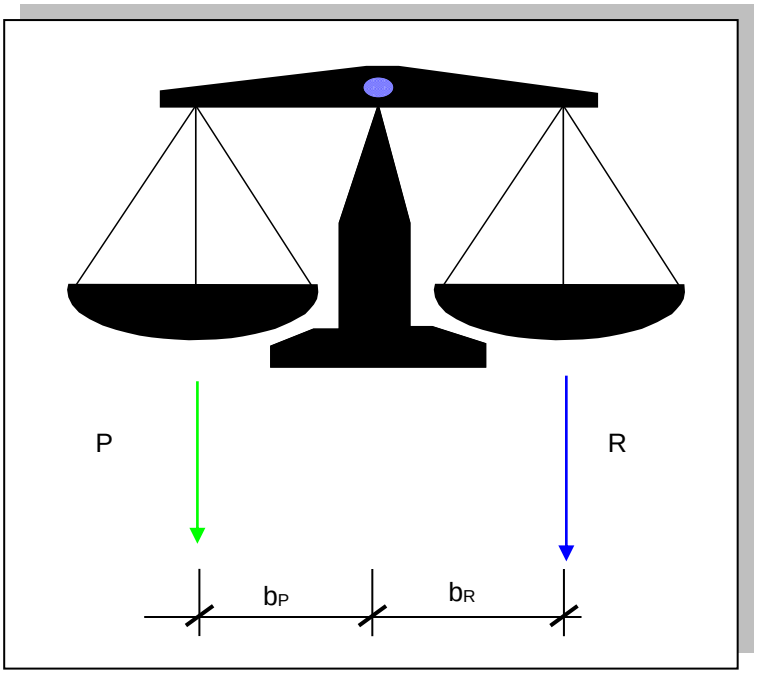
ISTITUTO SUPERIORE DI FELTRE – FELTRE (BL)

APPUNTI DI FISICA

1



a cura di GIOVANNI BOSCHET

PREFAZIONE

Questo fascicolo di teoria vuole essere uno strumento in più a disposizione degli allievi che frequentano il primo anno dell' Istituto Superiore di Feltre per la comprensione della Fisica. E' la sintesi di diversi anni di lezioni di Fisica che ho impartito agli allievi del primo anno dell' Istituto di Istituto Superiore ad indirizzo meccatronico, informatico ed elettronico di Feltre.

Contiene al suo interno sette unità didattiche che vertono sostanzialmente sulla meccanica classica. Nella prima parte della dispensa sono riportati dei richiami di matematica e di geometria indispensabili per affrontare gli esercizi costituenti un valido complemento per la comprensione della teoria. Gli esercizi sono riportati in una autonoma dispensa. La veste tipografica è volutamente semplice e compatta.

Poiché è impossibile che non possano esserci errori, sarei grato a tutti coloro che unitamente a suggerimenti e consigli, vorranno segnalare inesattezze, sviste ed improprietà.

In deroga alle usuali convenzioni sono state indicate le unità di misura delle grandezze fisiche in questo modo: [Grandezza]= Unità di misura. Inoltre nella risoluzione degli esercizi le unità di misura sono state indicate solo a fianco del risultato finale.

Tutti i diritti riservati. E' vietata la riproduzione anche parziale e la vendita del materiale contenuto nella presente dispensa senza l'autorizzazione del sottoscritto.

GIOVANNI BOSCHET (Feltre 1961)
Laureato in Ingegneria Civile all'Università degli Studi di Padova nel 1987.
Insegnante di Fisica, non di ruolo, presso l'I.T.I.S. "L. Negrelli" di Feltre dal 1988.
Abilitato all'insegnamento della Fisica dal 1992.
Insegnante di Fisica in ruolo presso l'Istituto Superiore di Feltre dal 1993.

Feltre, settembre 2019 Prof. Ing. Boschet Giovanni

INDICE

0. PROPEDEUTICITA'

0.1 La fisica....pag.4
0.2 Metodo sperimentale pag.4
0.3 Grandezze fisiche pag.6
0.4 Misura di una grandezza fisica pag.6
0.5 Sistema Internazionale pag.7
0.6 Potenze a base 10....pag.8
0.7 Aree, volumi ed equivalenze pag.9
0.8 Cenni sulle equazioni di I° grado....pag.12
0.9 Ordine di grandezza di una misura.. ....pag.15
0.10 Notazione scientifica pag.15
0.11 Assi cartesiani, piano cartesiano, diagrammi e curve interpolatrici pag.16

1. INTERAZIONI IN STATI DI EQUILIBRIO

1.1 Concetto di forza....pag.18
1.2 La forza peso pag.19
1.3 Misura delle forze col dinamometro pag.20
1.4 La somma delle forze agenti lungo una medesima retta pag.21
1.5 I vettori e gli scalari pag.22
1.6 Operazioni vettoriali pag.23
1.7 Cenni di trigonometria....pag.29
1.8 Le forze della natura pag.32
1.9 Le forze elastiche....pag.33
1.10 Le forze di attrito pag.34

2. STATICA

2.1 L'equilibrio del punto materiale pag.37
2.2 I vincoli pag.38
2.3 L'equilibrio di un punto materiale appoggiato su un piano inclinato pag.38
2.4 Il corpo rigido pag.43
2.5 Il momento di una forza rispetto ad un punto pag.43
2.6 Momento di più forze rispetto ad un punto pag.44
2.7 Coppia di forze....pag.45
2.8 Equilibrio di un corpo rigido....pag.46
2.9 Il baricentro di un corpo rigido....pag.46
2.10 Diversi tipi di equilibrio di un corpo rigido pag.47
2.11 Le leve pag.48
2.12 La massa pag.50
2.13 Centro di massa....pag.51
2.14 Equilibrio di un corpo rigido su un piano inclinato non liscio pag.52

3. PROCESSI E CAMPI STAZIONARI (PARTE 1^)

3.1 Sistemi di riferimento pag.52
3.2 Traiettoria....pag.53
3.3 Velocità scalare media....pag.54
3.4 Moto rettilineo uniforme pag.55
3.5 Velocità istantanea pag.57
3.6 Accelerazione scalare media....pag.58
3.7 Moto vario....pag.60
3.8 Moto uniformemente vario pag.60
3.9 Moto uniformemente vario con velocità iniziale nulla e velocità crescente pag.60
3.10 Moto uniformemente vario con velocità iniziale non nulla e velocità crescente pag.62
3.11 Moto uniformemente vario con velocità iniziale non nulla e velocità decrescente....pag.63
3.12 Moto di caduta di un grave in assenza di attrito pag.64

4. PROCESSI E CAMPI STAZIONARI (PARTE 2^)

4.1 La traiettorie nel piano e nello spazio pag.66
4.2 Lo spostamento pag.67
4.3 Velocità vettoriale pag.67
4.4 Accelerazione vettoriale....pag.68
4.5 Il radiante....pag.69
4.6 Moto circolare uniforme pag.70
4.6.1 Velocità tangenziale....pag.70
4.7 Velocità angolare pag.71
4.8 L'accelerazione centripeta pag.73
4.9 Composizione dei moti....pag.75
4.10 Principio di indipendenza dei moti o principio di Galilei pag.75

5. DINAMICA

5.1 La Dinamica....pag.76
5.2 Prima legge della dinamica....pag.76
5.3 Seconda legge della dinamica pag.77
5.4 Quantità di moto....pag.80
5.5 Forze interne e forze esterne....pag.80
5.6 Quantità di moto totale di un sistema di corpi pag.81
5.7 Principio di conservazione della quantità di moto pag.81
5.8 Terza legge della dinamica pag.82
5.9 Peso specifico....pag.85
5.10 Massa specifica pag.85
5.11 Massa inerziale e massa gravitazionale....pag.86
5.12 Forza centripeta e centrifuga pag.86

6. PRINCIPI DI CONSERVAZIONE

6.1 Lavoro pag.89
6.2 Potenza pag.90
6.3 Impulso e teorema dell'impulso pag.91
6.4 Forze posizionali pag.92
6.5 Forze conservative e non conservative pag.92
6.6 Energia pag.93
6.7 Energia potenziale gravitazionale pag.93
6.8 Energia cinetica di un corpo che si muove di moto traslatorio pag.94
6.9 Energia cinetica di un corpo che si muove di moto rotatorio attorno ad un asse pag.95
6.10 Energia cinetica di un corpo che si muove di moto rototraslatorio pag.97
6.11 Energia meccanica pag.97
6.12 Principio di conservazione dell'energia meccanica pag.97
6.13 Legge della Gravitazione Universale pag.98
6.14 Energia potenziale elastica pag.100
6.15 Il moto dei satelliti artificiali pag.101
Bibliografia.. ..... pag.104

0. PROPEDEUTICITA'

0.1 LA FISICA

Nella vita di tutti i giorni ci accorgiamo che i corpi si muovono, si deformano, scompaiono, nascono, ecc..

Tutti questi avvenimenti vengono chiamati fenomeni. I fenomeni si dicono chimici se la natura dei corpi cambia, viceversa (se non cambia) si dicono fisici.

La Fisica è una scienza che studia i costituenti della materia e le loro mutue interazioni. Cerca di capire come si evolvono tutti i fenomeni naturali fisici e quali sono le regole che li governano.

0.2 METODO SPERIMENTALE

I filosofi greci erano convinti che la natura potesse essere capita esclusivamente con l'uso della sola ragione. In particolare il greco Talete (624-547 a.c.) era convinto che bastasse osservare il cielo e riflettere in modo logico per capire tutto.

Pitagora (580-500 a.c.), vissuto in Grecia, pensava che si potesse comprendere la natura con i numeri. Platone, ateniese (428-347 a.c.) osservava continuamente.

Aristotele, greco (384-324 a.c.), si sforzava di ottenere il massimo della riflessione logica sulle osservazioni del cielo e sugli altri svariati fenomeni. Con la nascita di Galileo Galilei (1564) si rompe questa tradizione e si incomincia a dar più valore alle osservazioni e alle esperienze. Secondo questo modo di pensare ed agire, accanto alla discussione e alla formulazione di teorie, per capire i segreti della natura, occorre fare degli esperimenti pratici. Occorre cioè provare con i fatti i ragionamenti. Tale metodo di "fare" fisica (tutt'ora valido) prese il nome di **Metodo Sperimentale**. Le parole scienziato e fisica vennero introdotte solo nel 1840 dallo studioso inglese Michael Faraday su suggerimento di William Whewell.

Galileo Galilei nasce a Pisa nel 1564. Nel 1589 ottiene la cattedra di matematica a Pisa. Studia e insegna la meccanica e l'astronomia. Scopre la legge del pendolo. Inventa la bilancia idrostatica che usa per determinare i pesi specifici dei solidi. Formula alcuni teoremi sul baricentro. Nel 1592 ottiene la cattedra di matematica a Padova.

Diventa uno strenuo sostenitore del sistema copernicano, ovvero la teoria che prevedeva che la Terra ruotasse attorno al Sole, contrariamente a quanto i fatti facevano supporre. Studia la caduta dei gravi. Inventa il termometro.

Costruisce calamite. Scopre i quattro satelliti di Giove. Scopre i crateri lunari. Scopre le macchie solari. Nel 1623 pubblica il "Saggiatore" che afferma il valore del metodo sperimentale. Nel 1632 pubblica "Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo", opera che dimostra la fondatezza del sistema copernicano.

Nel 1633 viene chiamato a Roma, processato dall'Inquisizione viene giudicato colpevole e condannato alla prigione a vita. Nel 1638 diventa cieco. Prima di perdere completamente la vista sostiene che nel vuoto i corpi cadono a terra con uguale velocità. Studia il moto lungo il piano inclinato e il moto dei proiettili. Enuncia il principio di composizione dei moti. In buona sostanza fonda la moderna scienza come disciplina autonoma indipendente dalla religione e dalla filosofia. I suoi studi portano per la prima volta ad una fisica unificata da applicare a tutti i fenomeni naturali.

Le sue <u>principale scoperte</u> sono:

1) principio di relatività
2) prima legge della dinamica
3) principio di conservazione della quantità di moto
4) principio di conservazione dell'energia
5) seconda legge della dinamica
6) terza legge della dinamica
7) equivalenza tra massa gravitazionale e massa inerziale
8) montagne lunari
9) macchie solari
10) rotazione del Sole
11) via Lattea
12) satelliti di Giove
13) fasi di Venere
14) Nettuno

Le sue principali invenzioni sono:

1) piano inclinato per misurare l'accelerazione di gravità
2) pendolo per studiare i corpi senza attrito
3) lo "scappamento" nel meccanismo del moto pendolare
4) il cannocchiale ad alta risoluzione
5) la bilancia idrostatica per determinare la densità dei corpi
6) il microscopio
7) lo strumento per misurare il peso dell'aria
8) il termoscopio per misurare la temperatura e la pressione dell'aria
9) una macchina azionata da animali per portare in alto l'acqua
10) il compasso proporzionale per la quadratura del cerchio
11) l'orologio celeste usando i satelliti di Giove

0.3 GRANDEZZE FISICHE

Le grandezze fisiche sono le proprietà dei corpi che possono essere misurate e che influenzano l'evolversi di un certo fenomeno fisico. Esse sono indispensabili per la descrizione delle leggi fisiche. Sono ad esempio il tempo, lo spazio, la massa. Le grandezze fisiche per essere manipolate debbono essere misurate, ovvero occorre definirne il valore. Le grandezze fisiche vengono individuate con delle lettere maiuscole o minuscole.

0.4 MISURA DI UNA GRANDEZZA FISICA

Misurare una grandezza fisica significa confrontarla con un'altra dello stesso tipo scelta come campione e denominata unità di misura.

La misura della grandezza è il **numero** che esprime il valore del rapporto tra la grandezza in esame e l'unità di misura. Per motivi pratici molte volte è più facile trovare il valore di una grandezza fisica usando un procedimento indiretto. Ad esempio, per misurare il volume di una stanza è più comodo misurare tre spigoli e poi moltiplicarli tra loro.

0.5 SISTEMA INTERNAZIONALE (SI)

Dopo la XI° conferenza di Pesi e Misure svoltasi a Parigi nell'ottobre 1960 è stato introdotto un sistema, quasi universalmente riconosciuto, che gode delle proprietà di essere omogeneo, coerente, assoluto, decimale e razionalizzato, chiamato **Sistema Internazionale.**

Le grandezze fondamentali sono quelle dalle cui unità di misura si ottengono quelle di tutte la altre grandezze.

Esse sono le seguenti:

Grandezza	**Nome unità di misura**	**Simbolo unità di misura**
Lunghezza	metro	m
Massa	kilogrammo	kg
Tempo	secondo	s
Intensità di corrente elettrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Quantità di materia	mole	mol
Intensità luminosa	candela	cd

E' utile usare dei prefissi per indicare certi multipli e sottomultipli decimali delle unità di misura.

Multipli

Prefisso	Valore	Simbolo
deca	10	da
etto	10^2	h
kilo	10^3	k
mega	10^6	M
giga	10^9	G
tera	10^{12}	T
peta	10^{15}	P
exa	10^{18}	E
zetta	10^{21}	Z
yotta	10^{24}	γ

Sottomultipli

deci	10^{-1}	d
centi	10^{-2}	c
milli	10^{-3}	m
micro	10^{-6}	μ
nano	10^{-9}	n
pico	10^{-12}	p
femto	10^{-15}	f
atto	10^{-18}	a
zepto	10^{-21}	z
yocto	10^{-24}	y

La misura di una grandezza fisica è indicata con un numero e una unità di misura. Per esempio se il peso di un uomo è P= 800N, P indica la grandezza fisica “peso”, il numero 800 è la misura e la lettera N è il simbolo che indica l’unità di misura.

Le unità di misura vanno scritte sempre a destra della misura e non devono essere seguite dal puntino. Il nome dell’unità di misura può essere scritto per esteso (es.: metro) oppure con il simbolo (es.: m). Si usa la scrittura estesa quando la misura è scritta in lettere (es.: otto metri). Il simbolo va scritto in minuscolo a meno che non derivi da nomi propri (ad es.: V per Volt).

Esempi

a) La capacità di un condensatore è pari a 12 pF. Significa che la capacità vale $12x10^{-12}$ F, ovvero$1,2x10x10^{-12}$F, cioè $1,2x10^{-11}$F.

b) La frequenza delle onde radio VHF va da un minimo di 30 MHz ad un massimo di 300 MHz. Significa che il valore minimo vale $30x10^{6}$Hz, ovvero $3x10x10^{6}$Hz cioè $3x10^{7}$Hz e il valore massimo vale $300x10^{6}$ Hz, ovvero $3x10^{2}$ $x10^{6}$ Hz, cioè $3x10^{8}$ Hz.

0.6 POTENZE A BASE 10

Per definizione $10^{0}=1$

Prodotto tra due potenze o più potenze

La base rimane 10 , l’esponente è la somma degli esponenti.

Es. $10^{3}x10^{4} = 10^{3+4}=10^{7}$; $10^{-2}x10^{3}= 10^{-2+3}= 10^{1}$

Es. $10^{-3}x\,10^{6}\,x\,10^{4}=10^{-3+6+4}= 10^{7}$

Quoziente tra due potenze

La base rimane 10, l’esponente è la differenza tra l’esponente del numeratore e l’esponente del denominatore.

Es. $\frac{10^{4}}{10^{3}}=10^{4-3}=10$; $\frac{10^{-1}}{10^{-1}} = 10^{-1-(-1)} = 10^{-1+1} = 10^{0} = 1$

Potenza di una potenza

La base rimane 10, l’esponente è dato dal prodotto tra gli esponenti.

Es. $(10^3)^3=10^{3*3}= 10^9$; $((10^{-2})^3)^{-3}= 10^{-2x3x(-3)}= 10^{18}$

Radice di una potenza

La base rimane 10, l'esponente è dato dal rapporto tra l'esponente del radicando e l'esponente del radicale.

Es. $\sqrt[2]{10^4} = 10^{\frac{4}{2}} = 10^2$;

Radice di un prodotto

$\sqrt[2]{10^6 x 10^4} = \sqrt[2]{10^6} x \sqrt[2]{10^4} = 10^{\frac{6}{2}} x 10^{\frac{4}{2}} = 10^3 x 10^2 = 10^5$ $\sqrt[2]{3x10^8} = \sqrt[2]{3} x \sqrt{10^8} \cong 1{,}7 x 10^4$

$\sqrt{0{,}18} = \sqrt{18x10^{-2}} = \sqrt{18} x \sqrt{10^{-2}} \cong 4{,}3x10^{-1} = 0{,}43$

$\sqrt{0{,}02} = 0{,}14$ $\sqrt{0{,}1} = 0{,}3$ $\sqrt{0{,}2} = 0{,}44$ $\sqrt{0{,}3} = 0{,}55$ $\sqrt{0{,}4} = 0{,}63$ $\sqrt{0{,}5} = 0{,}7$ $\sqrt{0{,}6} = 0{,}77$

$\sqrt{0{,}7} = 0{,}8$ $\sqrt{0{,}8} = 0{,}9$ $\sqrt{0{,}9} = 0{,}95$

0.7 AREE, VOLUMI ED EQUIVALENZE

Area di una figura piana

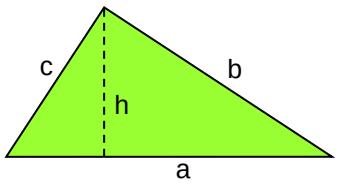
Determinare l'area di una figura piana avente un contorno qualsiasi significa:

1) scegliere un quadrato qualsiasi come unità di misura;
2) sovrapporre la figura piana di cui si vuole calcolare l'area ad una griglia formato dai quadrati scelti come unità di misura;
3) contare il numero di quadrati contenuti nella figura piana.

Nel SI il quadrato scelto come unità di misura ha il lato pari ad un metro per cui l'unità di misura dell'area è il m^2. Nella pratica l'area di figure piane semplici o complesse si calcola in modo semplice con delle formule.

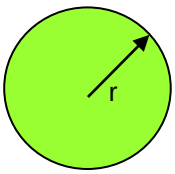
Area del triangolo

$A= \frac{1}{2} ah$



Area del cerchio

A= πr^2



Volume di un corpo

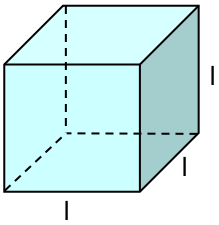
Determinare il volume di un corpo significa:

1) scegliere un cubetto qualsiasi come unità di misura

2) contare quanti cubetti si possono inserire nel corpo.

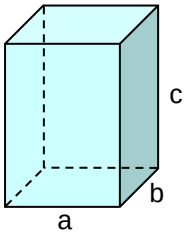
Nel SI il cubetto scelto come unità di misura del volume ha il lato pari ad un metro per cui l'unità di misura è il m^3. Nella pratica il volume di un corpo semplice o complesso si determina con delle formule.

CUBO



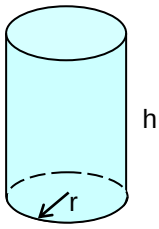
V= l^3

PARALLELEPIPEDO



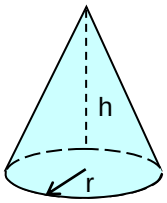
V= abc

CILINDRO



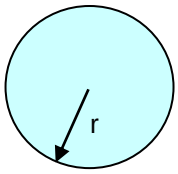
V= $r^2\pi h$

CONO



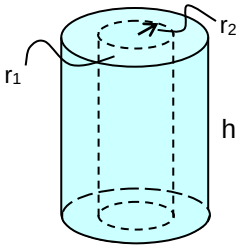
V= $\frac{1}{3}r^2\pi h$

SFERA



V= $\frac{4}{3}\pi r^3$

CILINDRO CAVO



V= $r_1^2\pi h - r_2^2\pi h = \pi h(r_1^2 - r_2^2)$

Equivalenze

Le equivalenze servono per esprimere la misura di una certa grandezza fisica al variare dell'unità di misura.

200 m= 200*100 cm= 20000 cm = $2*10^4$ cm

0,003 m= 0,003*100 cm= 0.3 cm= $3*10^{-1}$ cm

200 cm = $\frac{200m}{100}$ = 2 m

10 cm^3= $\frac{10m^3}{1000000}$ = 10^{-5} m^3

1 m^3= 100*100*100 m^3= 10^6 cm^3

1 m^3= 10*10*10 dm^3= 1000 dm^3= 10^3 dm^3

1 dm^3= 10*10*10 cm^3= 1000 cm^3= 10^3 cm^3

1 cm= $\frac{1m}{100}$ = 0,01 m = 10^{-2} m

1 cm= $\frac{1dm}{10}$ = 0,1 dm= 10^{-1} dm

1 mm= $\frac{1}{1000}$ m= 10^{-3} m

1 g= $\frac{1kg}{1000}$= 10^{-3} kg

1 Kg= 1000 g= 10^3 g

1 Kg= 10 hg

1 m^2= 10*10 dm^2= 100 dm^2= 10^2 dm^2

1 m^2= 100*100 cm^2= 10000 cm^2= 10^4 cm^2

1 dm^2= $\frac{1}{10*10}$ m^2= 10^{-2} m^2

1 cm^2= $\frac{1}{100*100}$ m^2= 10^{-4} m^2

Supponiamo ora di dover trasformare 2,3 $\frac{g}{cm^3}$ in $\frac{kg}{cm^3}$. Cosa significa 2,3 $\frac{g}{cm^3}$? La quantità 2,3 è il numero di grammi in **un** centimetro cubo. Allora il numero di kilogrammi in **un** centimetro cubo sarà mille volte inferiore a 2,3 ovvero $\frac{2,3}{1000} = 0,0023$ per cui 2,3 $\frac{g}{cm^3} = 0,0023 \frac{kg}{cm^3}$.

6 N•m= 600 N•cm

13 $\frac{N}{cm^2} = 13x100 \frac{N}{dm^2}$ = 1300 $\frac{N}{dm^2}$

0,6 $\frac{N}{mm^2}$ = 0,6x1000000= 600000 $\frac{N}{m^2}$

0.8 CENNI SULLE EQUAZIONI DI I° GRADO

3x+5= 2

Una scrittura come quella sopra rappresentata una eguaglianza ove un solo ed unico valore assegnato alla x la rende un'identità. Trovare il valore dell'incognita x, significa risolvere l'equazione. Tutto ciò che sta a sinistra dell'uguale si chiama primo membro. Tutto ciò che sta a destra dell'uguale si chiama secondo membro. Si chiamano termini le parti del 1° e 2° membro separate dal segno + o dal segno -.

Esistono due principi che ci aiutano in questo:

1) Sommando o sottraendo ad entrambi i membri di una equazione un numero o un'espressione contenente l'incognita si ottiene una equazione equivalente a quella data.
2) Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una equazione per un numero diverso da zero, o per una espressione contenente l'incognita, si ottiene una equazione equivalente a quella data.

Cosa significa equazione equivalente? Significa una equazione che ha tutte le stesse soluzioni dell'equazione originaria. Proviamo a risolvere l'equazione assegnata.

a) Sottraiamo ad entrambi i membri il numero 5:

b) 3x+5-5= 2-5

otteniamo: 3x= -3

c) dividiamo entrambi i membri per 3:

$\frac{\cancel{3}^{1}x}{\cancel{3}^{1}} = \frac{-\cancel{3}^{1}}{\cancel{3}^{1}}$ otteniamo x= -1 che è la soluzione.

Se anziché avere numeri abbiamo lettere, il discorso non cambia. In questo caso occorre che sia specificato in partenza quale lettera "funge" da incognita.

Esempio n° 1

Risolvere la seguente equazione rispetto alla lettera a:

2a+b= c

Cerchiamo di isolare il termine che contiene l'incognita, cioè 2 a.

Per far ciò sottraiamo b ad entrambi i membri:

2a+$\cancel{b} - \cancel{b}$ = c-b; 2a= c-b Ora basta dividere entrambi i membri per 2:

$\frac{\cancel{2}^{1}a}{\cancel{2}^{1}} = \frac{c-b}{2}$; a= $\frac{c-b}{2}$

Esempio n° 2

Risolvere la seguente equazione rispetto a c:

$$\frac{b}{2c} = 3 + a$$

Siccome l'incognita è al denominatore, conviene scrivere l'equazione nel seguente modo:

$$\frac{b}{2c} = \frac{3+a}{1}$$

e poi "ribaltare" entrambi i membri:

$$\frac{2c}{b} = \frac{1}{3+a}$$

Ora conviene moltiplicare entrambi i membri per b:

$$\frac{2c\cancel{b}^{1}}{\cancel{b}^{1}} = \frac{1}{(3+a)}b$$

2c= $\frac{b}{(3+a)}$

Infine si divide entrambi i membri per 2:

$$\frac{\cancel{2}^{1}c}{\cancel{2}^{1}} = \frac{b}{\frac{(3+a)}{2}}$$

c= $\frac{b}{2(3+a)}$

In Fisica le equazioni rappresentano leggi fisiche o principi ovvero la regola che governa un certo fenomeno fisico. Ad esempio la scrittura F= ma è l'equazione che rappresenta la seconda legge della dinamica.

Esempio n° 3

Risolvere la seguente equazione rispetto a b:

$3b^2$= 2c+6

Dividiamo entrambi i membri per 3:

$$\frac{3b^2}{3} = \frac{2c+6}{3}$$

$$\frac{\cancel{3}^{1} b^2}{\cancel{3}^{1}} = \frac{2c+6}{3}$$

$b^2 = \frac{2c+6}{3}$

Siccome al primo membro abbiamo b^2, ma dobbiamo determinare b, mettiamo sotto radice quadrata entrambi i membri.

$\sqrt[2]{b^2} = \sqrt[2]{\frac{2c+6}{3}} = \sqrt[2]{b^2} = \sqrt{\frac{2c+6}{3}}$ e quindi

$b = \sqrt{\frac{2c+6}{3}}$

0.9 ORDINE DI GRANDEZZA DI UNA MISURA

L'ordine di grandezza di una misura serve per avere una stima della misura di una certa grandezza. L'ordine di grandezza di una misura è rappresentato **dalla potenza a base 10 che più si avvicina alla misura**. Ad esempio se un corpo ha una massa di 6800kg, la potenza a base 10 che più si avvicina a 6800 è 10^4 ovvero 10000; quindi l'ordine di grandezza è 10^4.

Es. 6800kg 10^4(ordine di grandezza)

Infatti 6800 è più vicino a 10.000 che a 1000.

0.10 NOTAZIONE SCIENTIFICA

La notazione scientifica è un metodo utile a rappresentare misure che hanno tante cifre prima o dopo la virgola. Una misura è scritta in notazione scientifica se è formata da un **numero compreso tra 1 e 10, una potenza a base 10 e l'unità di misura**. Per esempio se vogliamo scrivere in notazione scientifica una lunghezza l= 0,02m, scriveremo l= 2×10^{-2}m. Per decidere l'esponente da assegnare alla potenza si fa in questo modo: se la misura è <u>maggiore</u> di uno, si contano le cifre a sinistra della virgola e se ne toglie una, se la misura è inferiore a uno, si contano tutti gli zeri a sinistra della prima cifra significativa, prima e dopo la virgola esclusi quelli compresi tra cifre diverse da zero.

Es. 130.000 m in notazione scientifica diventa $1{,}3 \times 10^{5}$ m. 0,06kg in notazione scientifica diventa 6×10^{-2} kg. 10,03 N in notazione scientifica diventa $1{,}003 \times 10^{1}$ N.

Spazio massimo nell'Universo	2×10^{26} m
Distanza Terra-Luna	4×10^{8} m
Distanza Via Lattea-Andromeda	6×10^{14} m
Massa totale nell'Universo	10^{54} kg
Cariche totali nell'Universo	10^{80} C
Età dell'Universo	2×10^{10} anni
Età della Terra	5×10^{9} anni
Primi organismi sulla Terra	$3{,}5 \times 10^{9}$ anni fa
Homo Sapiens	10^{5} anni fa

0.11 ASSI CARTESIANI, PIANO CARTESIANO, DIAGRAMMI E CURVE INTERPOLATRICI

Assi cartesiani

Due rette orientate ortogonali tra loro (fig. 1), costituiscono un sistema di assi cartesiani. La retta orizzontale, orientata da sinistra verso destra, è chiamata **asse delle ascisse**, mentre quella verticale, orientata dal basso verso l'alto, è chiamata **asse delle ordinate**. L'intersezione dei due assi si chiama **origine**. Sui due assi si fissano delle scale di lettura che variano a secondo delle grandezze fisiche che si trattano.

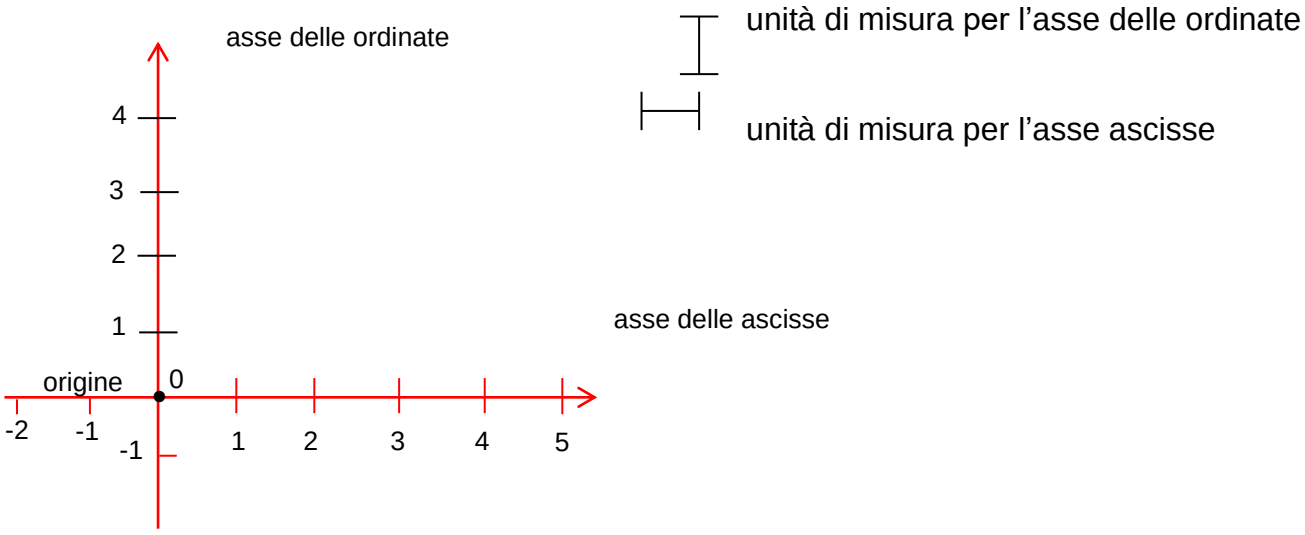


fig. 1 - Assi cartesiani

Piano cartesiano

E' un piano al quale viene associato un sistema d'assi cartesiani.

Diagrammi

Una **curva che unisce più punti di un piano cartesiano si chiama diagramma**. I punti sul piano cartesiano si disegnano una volta che si conoscono le loro coordinate cartesiane, ovvero una coppia di numeri (uno per l'asse delle ascisse e uno per l'asse delle ordinate). In fisica le coppie di numeri sono quasi sempre misure di grandezza fisiche relative ad un certo fenomeno fisico.

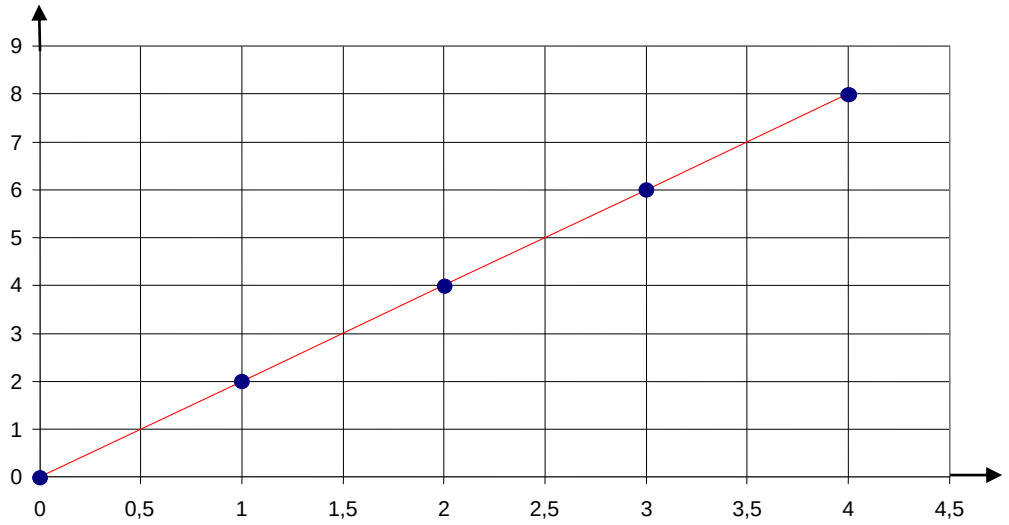


fig. 2

Nel piano cartesiano precedente (fig. 2), i pallini blu rappresentano punti sul piano cartesiano individuati da coppie di coordinate. Ad esempio il punto più in basso ha coordinate (1,2) . La linea rossa rappresenta il diagramma.

Curve interpolatrici

Siccome tutte le misure sono affette da errori, i punti tracciati su un sistema d'assi cartesiani, non sono quelli esatti. **Il diagramma che cerca di passare il più vicino possibile a tutti i punti, anche non passando per alcuni di essi, si chiama curva interpolatrice (fig. 3)**.

Il diagramma seguente è un esempio di curva interpolatrice.

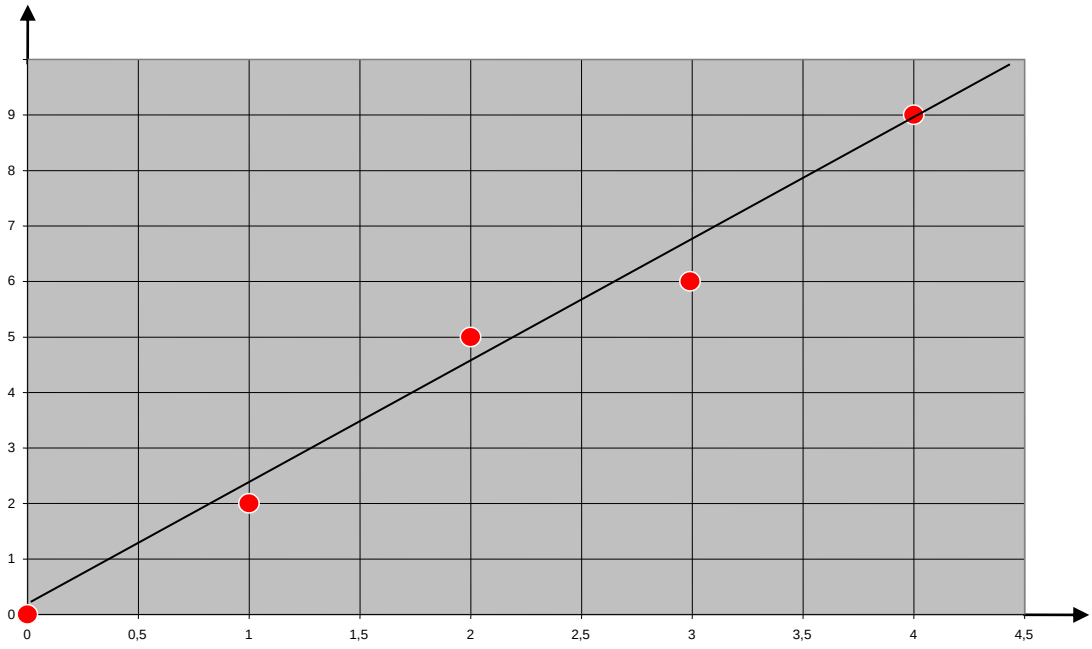


fig. 3 - Esempi di curva interpolatrice

1. INTERAZIONI IN STATI DI EQUILIBRIO

1.1 CONCETTO DI FORZA

Quando con la nostra mano spostiamo un corpo inizialmente fermo, o agendo su di esso (supposto che sia in moto) lo fermiamo, non facciamo altro che esercitare su di esso una forza.

Definizione di forza

Si chiama forza la causa fisica che fa variare la velocità di un corpo o quella di alcune sue parti.

Se un corpo è inizialmente fermo e poi si mette in moto significa che ad un certo istante un secondo corpo ha esercitato su di esso una forza.

Se un corpo in moto ad un certo istante diminuisce la propria velocità significa che un secondo corpo ha esercitato su di esso una forza.

Anche quando l'effetto di una forza sembra una deformazione, si ha comunque variazione di velocità. In questo caso cambiano le velocità delle molecole del corpo deformato anche se ciò non è osservabile macroscopicamente.

Ad esempio se con le nostre mani incurviamo un bastone in legno inizialmente dritto, le parti vicine alle estremità acquistano velocità.

Le forze si esplicano comunque sempre tra due corpi (uno potrebbe ad esempio essere la nostra mano) sia che i corpi sembrino a contatto sia che siano molto distanti tra loro. In pratica c'è un corpo che genera la forza e uno che la subisce.
La forza, si indica con la lettera F, è una grandezze fisica vettoriale (vedi U.D.1.5.), cioè agisce secondo una precisa direzione. L' unità di misura delle forze è il newton (N).

1.2 LA FORZA-PESO

Con il termine forza peso o semplicemente "peso" di un corpo si indica la forza gravitazionale con cui un corpo viene attirato verso il centro dalla Terra. Siccome la legge della Gravitazione Universale dice che tale forza è proporzionale alla massa dei corpi che interagiscono, uno stesso corpo è soggetto a forze peso diverse a seconda del corpo celeste che lo attrae. Per esempio se un oggetto qualsiasi venisse portato in prossimità della Luna, esso avrebbe un peso molto inferiore di quello che normalmente ha perché la Luna ha una massa minore di quella della Terra.

In prossimità della Terra la forza peso di un corpo si può calcolare con la seguente formula: **P=mg** ove m è la massa del corpo misurata in kg e $g=9,8\ m/s^2$ è l'accelerazione di gravità. Il valore di g è $9,8\ m/s^2$ fino a circa 10000 dal suolo e poi diminuisce. A 100 km dal suolo diminuisce del 3%.

La direzione della forza peso sulla Terra è verticale. E' per questo motivo che tutti i corpi hanno la tendenza a cadere al suolo. La formula da un risultato corretto solo se il corpo si trova ai poli. Infatti, a causa della rotazione terrestre sulla massa m agisce, oltre al peso P anche la forza T necessaria perché il corpo si muova di moto circolare uniforme attorno all'asse terrestre. Il peso fa sì che l'uomo cammini per la strada, rimanga appoggiato alla sedia. Fa sì che l'aria rimanga in prossimità della superficie terrestre, che le case rimangano appoggiate al suolo.

La massa **m** di un corpo non è una forza ma è una grandezza che esprime quanta materia è contenuta in esso.

1.3 MISURA DELLE FORZE COL DINAMOMETRO

Lo strumento tarato che misura l'intensità delle forze è il **dinamometro** (fig. 4). Esso sfrutta la proprietà delle molle di allungarsi proporzionalmente alle forze ad esse applicate (vedi U.D.1.9 pag. 33).

Il dinamometro è costituito da tre cilindretti di plastica coassiali. Il cilindro più piccolo porta ad una estremità una molla e nell'altra un piccolo gancetto. Esternamente è provvisto di una scala graduata. Il cilindro medio è fissato con quello più piccolo tramite la molla. Il cilindro grande, detto di taratura, può scorrere all'esterno di quello medio.

Quando un forza viene applicata sul gancetto del cilindro piccolo, esso fuoriesce da quello medio per un certo tratto. Sulla scala graduata si può leggere direttamente la misura della forza.

SCHEMA DI DINAMOMETRO

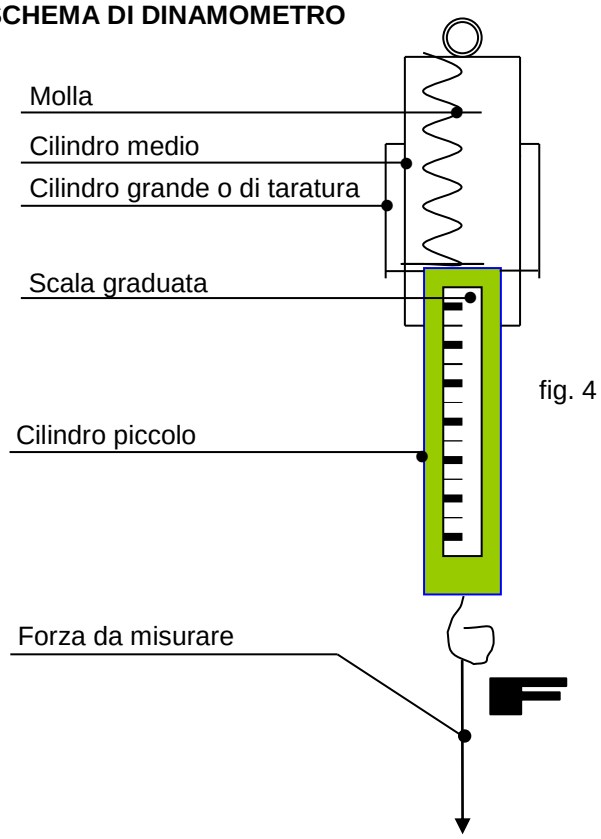


fig. 4

Accanto a questo dinamometro, per così dire didattico, oggigiorno vi sono i dinamometri digitali. Essi sono provvisti di un display ove si legge direttamente in cifre la misura della forza. Essi si basano sui trasduttori, ovvero sistemi complessi che trasformano una forza in una grandezza elettrica (tensione od intensità di corrente).

1.4 LA SOMMA DELLE FORZE AGENTI LUNGO UNA MEDESIMA RETTA

Quando due o più forze agiscono contemporaneamente su di un corpo non è facile prevedere quale sarà il loro effetto combinato. In che direzione si muoverà il corpo? Come si deformerà?

Fortunatamente esiste una regola che dice che qualsiasi sistema di forze può essere ridotto ad un sistema molto semplice formato da una forza e una coppia (il concetto di coppia è spiegato più avanti).

Un caso abbastanza semplice è quello di due forze che agiscono nella stessa direzione. Vediamo dei casi pratici. Nella figura 5 sottostante è rappresentato un corpo rigido soggetto a due forze di intensità diversa e di direzione opposta.

fig. 5

Appare chiaro che il corpo si sposterà nella direzione della forza più grande, cioè verso destra. Allora noi possiamo sostituire il sistema formato da due forze con una sola forza $\mathbf{F_3}$, diretta verso destra ed avente l'intensità uguale alla differenza tra l'intensità di $\mathbf{F_2}$ e quella di $\mathbf{F_1}$ (fig. 6).

fig. 6

1.5 I VETTORI E GLI SCALARI

Ci sono grandezze fisiche che sono completamente individuate tramite la loro misura e unità di misura, mentre altre necessitano anche della direzione secondo la quale agiscono. Le grandezze fisiche si possono perciò raggruppare in due categorie: **grandezze scalari e grandezze vettoriali.**

Grandezze scalari

Sono tutte le grandezze fisiche che vengono individuate con la loro misura e relativa unità di misura. (ad es. il volume, la temperatura, ecc...).

Grandezze vettoriali

Sono tutte le grandezze fisiche che vengono individuate con la misura, la relativa unità di misura, la direzione secondo la quale agiscono e per loro vale la proprietà commutativa. Infatti vi sono grandezze fisiche (es. lo spostamento angolare) che richiedono la direzione ma non soddisfano la proprietà commutativa. Ad esempio per rappresentare una forza non basta indicare la misura, ma occorre specificare anche in quale direzione agisce la forza, se verso l'alto o verso il basso, se verso destra o verso sinistra.

I vettori

Per rappresentare in modo rapido ma efficace le grandezze vettoriali si usano i vettori. Un **vettore** è un "ente" geometrico composta da due parti:

a) modulo o intensità
b) direzione

Il vettore viene rappresentato graficamente con una freccia. Il **modulo** è la lunghezza della freccia in una opportuna scala ed è proporzionale alla intensità della grandezza fisica che il vettore rappresenta. Per esempio se un vettore che rappresenta una forza è lungo 3cm e ad ogni centimetro facciamo corrispondere 1N, allora l'intensità della forza rappresentata del vettore sarà di 3N.

La **direzione** è quella indicata dalla freccia. Per esempio il vettore di fig. 4 indica una direzione verticale.

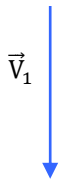


fig. 7

fig. 8

Un vettore si indica con una freccia con accanto una lettera che porta in testa una piccola freccia (vedi fig. 7). La retta **r** che si può sovrapporre al vettore si chiama retta d'azione del vettore (vedi fig. 8). E' opportuno sottolineare che in determinate circostanze si può spostare un vettore lungo la sua retta d'azione o parallelamente a se stesso senza che si modifichi alcunché.

1.6 OPERAZIONI VETTORIALI

Con i vettori si possono eseguire delle operazioni grafiche e/o analitiche diverse da quelle che si fanno normalmente con i numeri. Le principali sono:

a) somma tra due vettori giacenti sulla medesima retta
b) somma tra due vettori concorrenti in un punto
c) somma tra più vettori concorrenti in un punto
d) differenza tra due vettori
e) prodotto tra uno scalare e un vettore
f) scomposizione di un vettore secondo due rette
g) componente di un vettore secondo una retta
h) somma tra due o più vettori non concorrenti in un punto

Somma tra due vettori giacenti sulla medesima retta d'azione

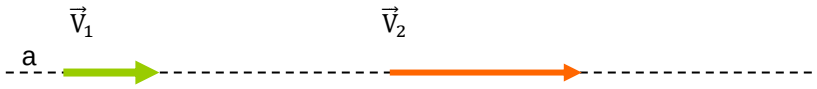
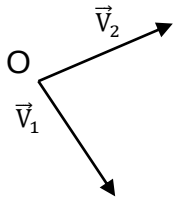


fig. 9

La somma dei vettori di fig. 9 è ancora un vettore ($\vec{V}_3$) che ha la stessa direzione di $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ ed intensità pari alla somma delle intensità dei vettori di partenza.

Somma tra due vettori concorrenti in un punto O.



Per sommare i due vettori concorrenti nel punto O si usa una regola grafica detta **regola del parallelogramma.** Si traccia un retta parallela al vettore $\vec{V}_1$ passante per il secondo estremo del vettore $\vec{V}_2$ e una retta parallela al vettore $\vec{V}_2$ passante per il secondo estremo del vettore $\vec{V}_1$. Ne risulta un parallelogramma la cui diagonale che parte dal punto O rappresenta la somma ($\vec{V}_3$) dei due vettori di partenza.

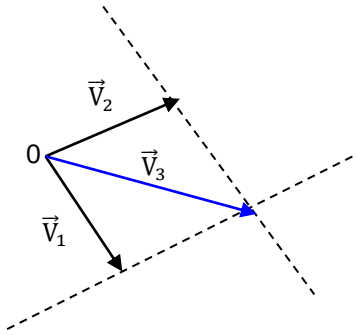
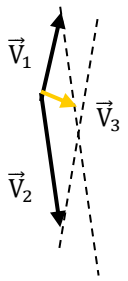


fig. 10 - Regola del parallelogramma

In particolare si nota che la seguente somma dà come risultato un vettore la cui intensità e minore delle intensità dei singoli vettori.

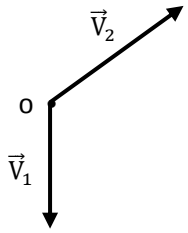


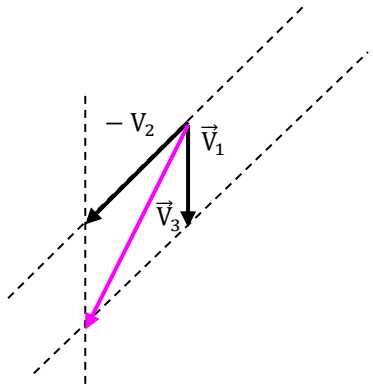
Somma tra più vettori concorrenti in un punto

Per eseguire la somma tra più vettori concorrenti in un punto basta eseguire più volte la regola del parallelogramma, finché non rimane un unico vettore.

Differenza tra due vettori

La differenza tra i vettori $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ può essere trasformata in una somma.
Infatti $\vec{V}_3 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$ può essere scritto così $\vec{V}_3 = \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2)$. Il vettore $-\vec{V}_2$ ha la stessa intensità di $\vec{V}_2$ ma direzione opposta.





Prodotto tra uno scalare e un vettore

Dato un vettore $\vec{V}_3$ e uno scalare x, il loro prodotto è ancora un vettore ($\vec{V}_1$) che ha l'intensità pari a quella di $\vec{V}_3$ moltiplicata per x e ha la stessa direzione di $\vec{V}_3$ se x è positivo mentre ha la direzione opposta a quella di $\vec{V}_3$ se x è negativo.

Esempio:

x=3 $\vec{V}_3$ $\vec{V}_1 = 3.\vec{V}_3$ $\vec{V}_1$

Scomposizione di un vettore secondo due rette

Dato un vettore $\vec{V}_1$ e due rette **a** e **b** , scomporre il vettore $\vec{V}_1$ in due componenti significa trovare due vettori $\vec{V}_3$ e $\vec{V}_2$ la cui somma da il vettore di partenza.

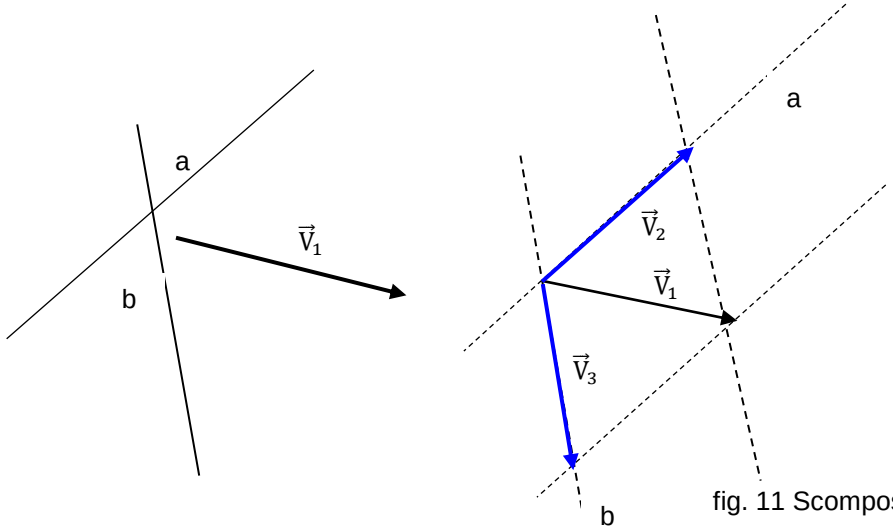
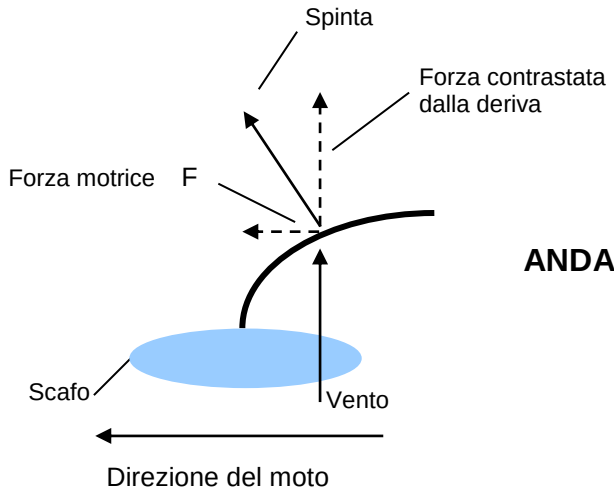


fig. 11 Scomposizione di un vettore

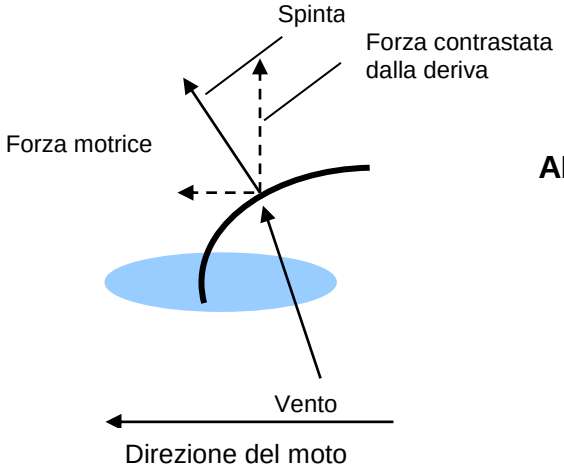
Si traccia la parallela ad **a** una volta passante per il primo estremo di $\vec{V}_1$ e una volta per il secondo estremo di $\vec{V}_1$. Poi si traccia la parallela a **b** una volta passante per il primo estremo di $\vec{V}_1$ e una volta passante per il secondo estremo di $\vec{V}_1$.

Rimane individuato un parallelogramma. I due lati rappresentano le due componenti cercate $\vec{V}_3$ e $\vec{V}_2$ (fig. 11) .

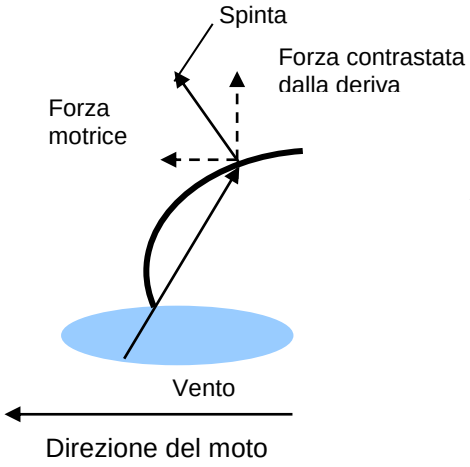
Applicazioni della scomposizione di un vettore



ANDATURA AL TRAVERSO



ANDATURA AL LASCO



ANDATURA DI BOLINA

Componente di un vettore secondo una retta

Dato un vettore $\vec{V}_2$ e una retta **a,** la componente di $\vec{V}_2$ secondo la retta **a** è ancora un vettore $\vec{V}_3$ che si determina con la seguente regola. Si traccia la parallela alla retta **a** passante per il primo estremo di $\vec{V}_2$. Poi si traccia la perpendicolare alla retta **a** passante per il secondo estremo di $\vec{V}_2$. Si evidenzia il punto P intersezione delle due rette di costruzione (rette tratteggiate). La <u>componente</u> è il vettore $\vec{V}_3$ che parte dal primo estremo di $\vec{V}_2$ e finisce nel punto di intersezione P (fig. 12).

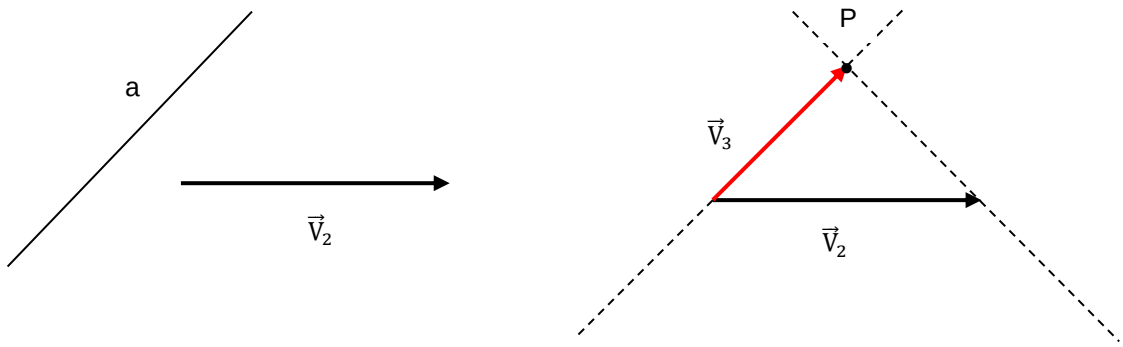


fig. 12 - Il vettore $\vec{V}_3$ rappresenta la componente di $\vec{V}_2$ secondo la retta **a**

Somma tra due o più vettori non concorrenti in un punto

Se due o più vettori non sono concorrenti in un punto si possono spostare lungo la loro retta d'azione in modo tale che diventino concorrenti e poi si procede con la regola del parallelogramma (fig. 13).

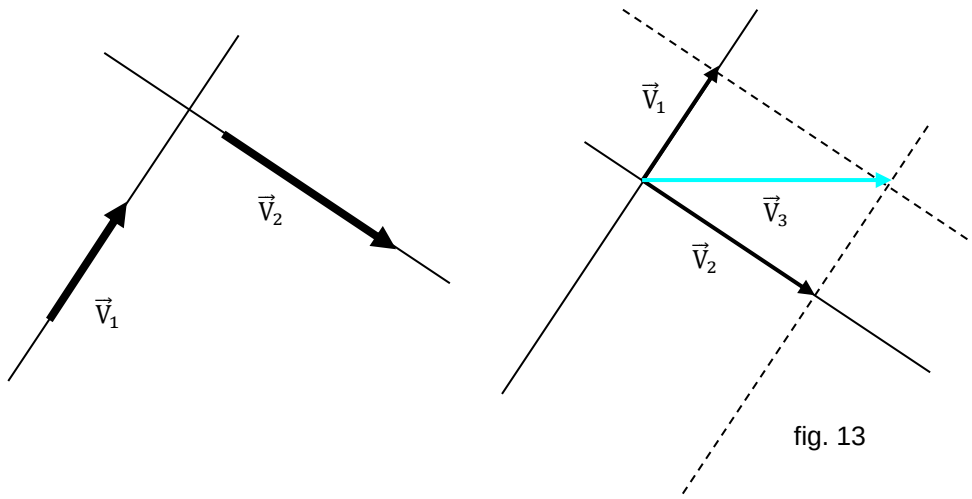
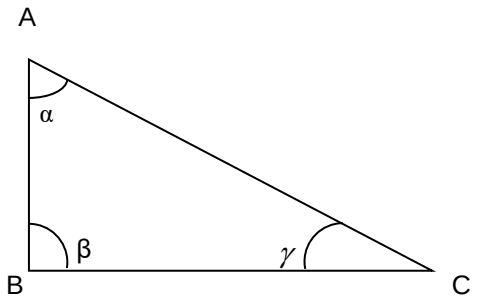


fig. 13

1.7 CENNI DI TRIGONOMETRIA

La trigonometria è una particolare branca della matematica che permette di risolvere diversi problemi geometrici. Essa si base essenzialmente sulle **funzioni trigonometriche**, le principali delle quali sono il seno, il coseno e la tangente di un angolo. Vediamo brevemente la definizione di queste tre funzioni trigonometriche.



Dato il triangolo rettangolo (β=90°) ABC di figura si definisce seno dell'angolo α il seguente rapporto senα= $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ (rapporto tra il cateto opposto all'angolo e l'ipotenusa).

Tale rapporto al massimo vale 1 (quando α è uguale a 90°). Si definisce coseno dell'angolo α il seguente rapporto cosα= $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ (rapporto tra il cateto adiacente all'angolo e l'ipotenusa). Anche questo rapporto al massimo vale 1 (quando α vale 0°). Si definisce tangente dell'angolo α il seguente rapporto tgα= $\frac{\overline{CB}}{\overline{AB}}$. Tale rapporto vale ∞ (infinito) quando α= 90°.

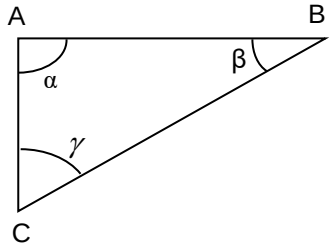
Di seguito viene riportata una tabellina che contiene i valori delle funzioni trigonometriche per gli angoli notevoli, cioè quelli più usati e di utilità pratica.

Angolo (Deg)	sen	cos	tg
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	∞

Si può notare che la tangente di un angolo è uguale al rapporto tra il seno e il coseno dello stesso angolo. Se l'angolo non è uno di quelli in tabella , per trovare il valore del seno o del coseno o della tangente si usa la calcolatrice dotate delle funzioni trigonometriche. Le funzioni trigonometriche servono per risolvere un grande numero di problemi geometrici soprattutto legati ai triangoli.

Esempio n° 1

Dato il triangolo di figura, determinare il lato $\overline{AC}$ sapendo che β=30° e $\overline{CB}$=2m.



Scriviamo il seno di β:

sen$\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$

In questa equazione l'incognita è $\overline{AC}$.

Moltiplichiamo entrambi i membri per $\overline{CB}$.

$\overline{CB}$ senβ= $\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}\overline{CB}$

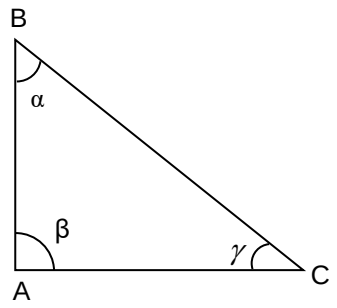
Otteniamo:

$\overline{CB}$ senβ= $\overline{AC}$ ovvero $\overline{AC} = \overline{CB}$ senβ e quindi

$\overline{AC}$ = 2sen30° $\overline{AC}$ = $\frac{1}{2}$ $\overline{AC}$ = 1m

Esempio n° 2

Dato il triangolo di figura determinare $\overline{CB}$ sapendo che α= 45° e $\overline{AC}$ = 6m.



Scriviamo il seno di α:

senα= $\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$

in questa equazione l'incognita è $\overline{CB}$.

Scriviamo l'equazione in questo modo:

$$\frac{\text{sen}\,\alpha}{1} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$$

"ribaltiamo" entrambi i membri:

$$\frac{1}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}}$$

moltiplichiamo entrambi i membri per $\overline{AC}$:

$$\overline{AC}\frac{1}{sen\alpha}=\overline{CB}$$

$$\overline{AC}\frac{1}{\text{sen}\alpha}=\overline{CB} \quad \text{ovvero} \quad \overline{CB}=\frac{\overline{AC}}{\text{sen}\alpha}$$

$$\overline{CB}=\frac{\overline{AC}}{\text{sen}\,45°} \qquad \overline{CB}=\frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \qquad \overline{CB}=\frac{6x2}{\sqrt{2}} \qquad \overline{CB}=\frac{12}{\sqrt{2}}$$

$\overline{CB}$ = 8,5 m

1.8 LE FORZE DELLA NATURA

In natura, a livello dell'energia della vita quotidiana quattro categorie di forze:

1) forze gravitazionali
2) forze elettromagnetiche
3) forze nucleari deboli
4) forze nucleari forti

Le <u>forze gravitazionali</u> nascono tra due corpi dotati di massa . Sono sempre attrattive e si trasmettono anche a grande distanza. Un esempio è la forza con cui la Terra attira la Luna.

Le <u>forze elettromagnetiche</u> nascono tra corpi dotati di carica elettrica o dotati di cariche elettriche in movimento. Possono essere forze attrattive o repulsive. Un esempio è la forza che allontana i due poli nord di due calamite.

Le <u>forze nucleari</u> deboli agiscono all'interno degli atomo.

Le <u>forze nucleari forti</u> agiscono a piccolissima distanza (10^{-15}m) all'interno degli atomi. Sono sempre attrattive. Esse sono responsabili dell'esistenza dei protoni e dei neutroni. Nei nuclei atomici tengono uniti i quark che formano i neutroni ed i protoni. Le quattri categorie di forza possono essere presenti contemporaneamente.

1.9 LE FORZE ELASTICHE

Appartenenti alla categoria delle forze **elettromagnetiche,** le forze **elastiche** sono quelle esercitate da un corpo deformabile quando viene compresso o allungato. Tali forze tendono ad opporsi alla deformazione e sono direttamente proporzionali all'entità della deformazione. Il **modello** più semplice per schematizzare un corpo deformabile è la **molla.** Si chiama lunghezza a riposo e si indica con l_o (fig. 14) , la lunghezza assunta dalla molla quando non è soggetta a forze (naturalmente trascurando il suo peso).La molla esercita una forza elastica $\vec{F}_e$ quando essa viene fatta deformare da una forza $\vec{V}_3$ ad essa applicata e coassiale con la molla. La forza $\vec{F}_e$ è proporzionale all'entità della deformazione stessa.

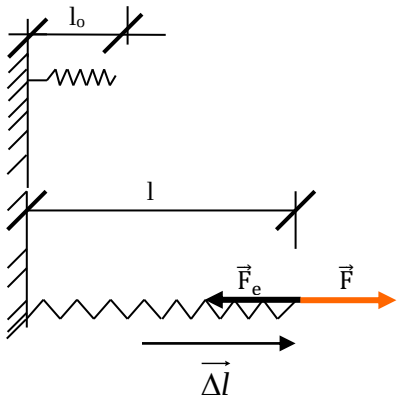


fig.14 - Con il segno ⫽ si indica la superficie di un corpo rigido e fisso

La differenza tra l e l_o, rappresenta l'allungamento orientato della molla, viene indicato con $\overrightarrow{\Delta l}$ e si misura in metri. L'intensità della forza elastica $\vec{F}_e$ si può calcolare con la Legge di Hooke.

$\vec{F}_e = -k\ \overrightarrow{\Delta l}$ **Legge di Hooke** $K = \frac{\vec{F}_e}{\vec{\Delta}_l}$

La **costante k**, sempre positiva, rappresenta la **costante elastica** della molla e si misura in $\frac{N}{m}$. La costante elastica della molla dipende dal materiale con cui è fatta, dallo spessore del filamento e dal raggio delle spire. Se una molla ha una costante elastica K che vale $3\frac{N}{m}$ significa che per allungarla o accorciarla di 1 metro

occorrono 3 newton. Più alto è il valore di k e più la molla è rigida, ovvero ci vuole un forza elevata per comprimerla o per allungarla. La costante elastica di una molla si misura in N/m (newton su metro).

Nel grafico di fig. 15 sono riportati i grafici della legge di Hooke di due molle. La retta più inclinata si riferisce alla molla più rigida, quindi di quella che possiede il valore più grande della costante elastica. Infatti nella figura 15 si vede che per ottenere un medesimo allungamento Δl_1 delle due molle, alla molla di costante elastica k_1 occorre applicare la forza F_1 maggiore della forza F_2 che occorre applicare alla molla di costante elastica k_2.

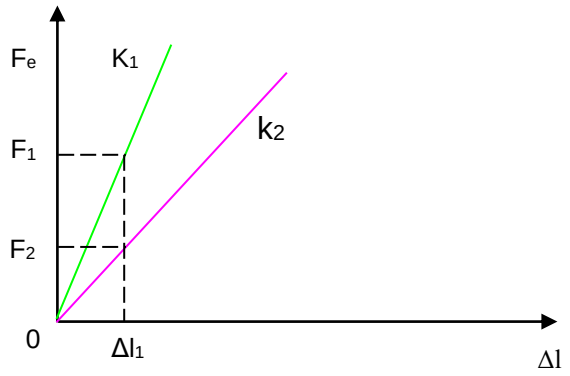


fig. 15

Ad esempio la molla di una penna biro avrà una costante elastica k molto piccola. Viceversa la molla di una sospensione di un' autocarro avrà una costante elastica k molto grande.

1.10 LE FORZE DI ATTRITO

Prima di trattare le forze di attrito occorre comprendere le possibilità di movimento di un corpo rigido (U.D. 2.4). Un corpo rigido può traslare, può ruotare oppure può effettuare un movimento che è una combinazione di una traslazione e una rotazione.

Un corpo rigido si muove di moto traslatorio quando si muove mantenendosi parallelo a se stesso. Per esempio è il moto all'indietro descritto dal pedale della bicicletta ferma, supponendo che si mantenga parallelo al terreno. Un corpo rigido si muove di moto

rotatorio quando si muove in modo tale che tutti i suoi punti descrivono circonferenze attorno ad una stessa retta fissa. Un corpo, ad esempio una vite che gira su se stessa penetrando nel legno non si muove ne di moto rotatorio ne di moto traslatorio ma con una combinazione dei due moti.

Un altro esempio pratico di forze elettromagnetiche molto comuni sono le forze di attrito. Queste forze nascono tutte le volte che due corpi sono in contatto e uno dei due"tende" a muoversi rispetto all'altro oppure si muove rispetto all'altro. Per esempio se si prova a spostare un armadio in camera si fa molta fatica in quanto alla sua base si sviluppa immediatamente una forza di attrito che tende a bloccarlo al pavimento. Analogamente se si versa un po' di zucchero nell'acqua si vede che esso ci impiega un po' di tempo ad arrivare sul fondo a causa dell'attrito viscoso che si forma tra acqua e zucchero.

Le forze di attrito si possono suddividere in:

a) attrito statico radente

b) attrito dinamico radente

c) attrito volvente

d) attrito viscoso

Attrito statico radente

L'attrito statico radente è l'attrito che si genera tra due corpi solidi in quiete l'uno rispetto all'altro, ma ove uno dei due è sottoposto ad una forza che tende a spostarlo rispetto all'altro ed è anche l'attrito che si genera, tra due corpi solidi in cui uno rotola (punto o retta di contatto tra i due corpi che cambiano continuamente) sull'altro.

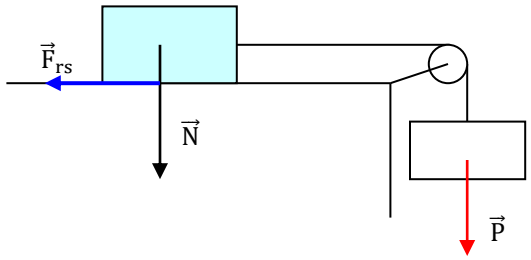


fig. 16

Nell'esempio di fig. 16 il corpo appoggiato sul piano orizzontale rimarrà in quiete fino a che la forza $\vec{P}$ non sarà superiore alla forza $\vec{F}_{rs}$ che si sviluppa tra corpo e piano d'appoggio. Il valore di $\vec{F}_{rs}$ dipende da $\vec{N}$ **(componente ortogonale alla superficie di scorrimento della risultante di tutte le forze che agiscono sul corpo**) e dalla rugosità delle superfici messe a contatto . Non dipende invece dalla estensione delle superfici a contatto. Premesso che la rugosità si esprime attraverso una costante chiamata **coefficiente di attrito statico radente K_{rs}**, l'intensità massima della forza di attrito statico radente $\vec{F}_{rs}$ si calcola con la seguente formula.

$F_{rs}=K_{rs}N$ Legge attrito statico radente

Quest'ultima formula rappresenta la **legge dell'attrito statico radente.** Si dimostra sperimentalmente che il valore di K_{rs} è sempre inferiore a 1. Più levigate sono le superfici messe a contatto e più basso è il valore di K_{rs}. Il coefficiente di attrito statico radente è adimensionale, cioè non possiede unità di misura.

Attrito dinamico radente

Quando un corpo striscia sopra un altro, (ovvero il punto o la retta di contatto fra i due corpi rimangono sempre gli stessi) tra le loro superfici nasce una forza **F_{rd}**, chiamata **attrito dinamico radente**, il cui valore è inferiore a quello dell'attrito statico radente per gli stessi corpi. Analogamente per l'attrito statico radente, l'intensità dell'attrito dinamico radente dipende da N e dalla rugosità delle superfici messe a contatto. Il coefficiente che tiene conto della rugosità delle superfici si chiama **coefficiente di attrito dinamico radente** e si indica con **K_{rd}**. Il coefficiente di attrito dinamico radente è adimensionale. Qualsiasi siano le superfici messe a contatto **K_{rd}** è sempre minore di **K_{rs} .**

La legge dell'attrito dinamico radente è la seguente:

$F_{rd}= K_{rd}N$ Legge attrito dinamico radente

Un materiale molto usato per il suo basso coefficiente di attrito radente dinamico e il **teflon.**

Il teflon o politetrafluoroetilene, è un polimero contenente fluoro. Il fluoro conferisce al teflon proprietà molto importanti: minimo attrito, resistenza ai solventi, resistenza ad ogni sostanza chimica, elevata resistenza elettrica, minima infiammabilità, resistenza al calore fino a 300°C.

Tab. A – Alcuni valori medi di K_{rs} e K_{rd}

	K_{rs}	K_{rd}
Metallo su metallo	0,74	0,15÷0,7
Metallo su legno	0,40÷0,6	0,35÷0,5
Acciaio su ghiaccio	0,02÷0,03	
Gomma su asfalto	0,8	
Corda su metallo	0,25÷0,6	
Legno su legno	0,35	
Legno su muro	0,50	

2.1 L'EQUILIBRIO DEL PUNTO MATERIALE

Il punto materiale è un'entità geometrica astratta che non esiste in realtà. Non ha dimensioni. Lo studio dell'equilibrio del punto materiale serve solo per comprendere meglio quello del corpo rigido.

Condizione per l'equilibrio del punto materiale

Affinché un sistema di forze sia compatibile con l'equilibrio di un punto materiale occorre che:

1) la somma vettoriale di tutte le forze agenti sul punto sia nulla. Ciò significa che se il punto materiale è in equilibrio e poi ad esso vengono applicate delle forze in modo che le forze vecchie e nuove assieme rispettino la condizione 1) esso continuerà a rimanere in equilibrio. Se invece è in moto ma le forze ad esso applicate rispettano la condizione 1) allora si muoverà necessariamente di moto uniforme rettilineo.

In fig. 17 è rappresentato un punto materiale soggetto a due forze il suo peso $\vec{P}$ e la reazione vincolare del tavolo $\vec{R}$. Se la somma vettoriale di $\vec{P}$ ed $\vec{R}$ è nulla allora il punto materiale è fermo oppure si muove di moto rettilineo uniforme.

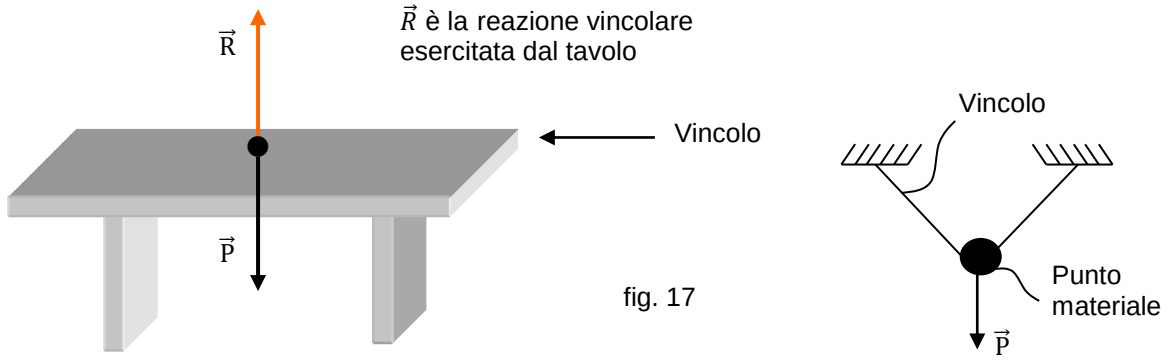


fig. 17

2.2 I VINCOLI

Dicesi **vincolo** qualsiasi corpo che limita uno o più spostamenti elementari di altro corpo o di altri corpi. Il vincolo può essere un corpo rigido o un corpo deformabile. Non necessariamente. Nell'esempio a sinistra di fig. 17 il tavolo rappresenta un vincolo per il punto materiale perché evita il suo movimento verso il basso. Un vincolo è efficace se è in grado di generare una o più forze o uno o più momenti. Le forze e i momenti generati da un vincolo si chiamano **reazioni vincolari.** Nell'esempio a figura di figura 17 la forza $\vec{R}$ è una reazione vincolare. Nell'esempio a destra di figura 17 le due funi rappresentano due vincoli per il punto materiale. Esistono vincoli semplici e vincoli complessi. Per esempio le cerniere di una porta sono vincoli complessi: impediscono tutti i movimenti della porta ad eccezione della rotazione attorno all'asse verticale.

Un paletto in legno cementato al suolo ha tutti i sei movimenti bloccati. Quindi il cemento, per il paletto, è un vincolo complesso.

2.3 L'EQUILIBRIO DI UN PUNTO MATERIALE APPOGGIATO SU UN PIANO INCLINATO LISCIO

Il piano inclinato è un piano ideale liscio o non liscio (cioè in grado di generare attrito) avente una certa inclinazione α sull'orizzontale e avente una certa lunghezza **l**.

Lo studio del piano inclinato è particolarmente interessante perché molti problemi pratici sono riconducibili ad un problema di piano inclinato. Pensiamo ad esempio all'equilibrio di una massa di terreno su un pendio, oppure all'equilibrio dinamico di un'auto che sta percorrendo una curva leggermente inclinata trasversalmente, oppure ancora allo studio del moto di discesa dell'acqua all'interno di un torrente montano.

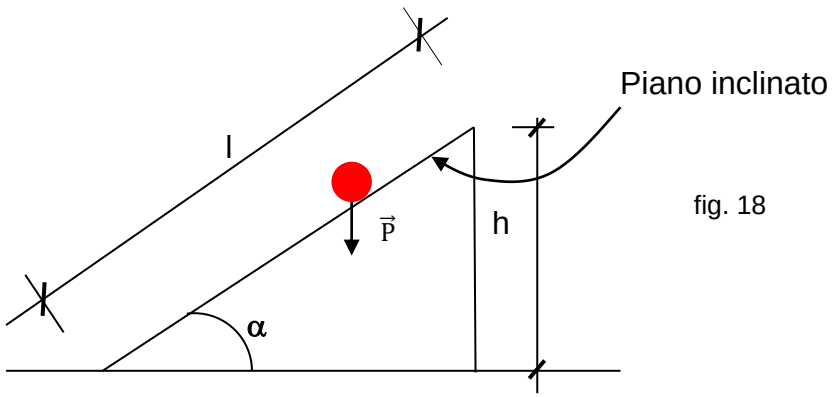
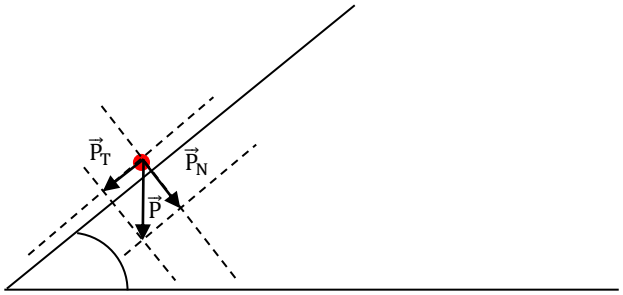


fig. 18

In fig. 18 **l** rappresenta la **lunghezza** del piano inclinato, α è **l'angolo** formato dal piano inclinato con l'orizzontale e **h** rappresenta l'altezza del piano inclinato.

Il punto materiale appoggiato sul piano inclinato <u>liscio</u> è soggetto al proprio peso $\vec{P}$. Il peso $\vec{P}$ si può scomporre in due direzioni: una parallela al piano inclinato e l'altra perpendicolare al piano inclinato. La componente perpendicolare la indichiamo con $\vec{P}_N$ mentre la componente parallela la indichiamo con $\vec{P}_T$.

Le componenti $\vec{P}_N$ e $\vec{P}_T$, sono due forze che producono sul punto materiale gli stessi effetti del peso $\vec{P}$. Quindi sul punto materiale possiamo pensare che agisca il peso $\vec{P}$ o le componenti $\vec{P}_T$ e $\vec{P}_N$ alternativamente.



Per determinare analiticamente il valore delle due componenti si sfrutta la trigonometria e il seguente teorema della geometria.

Teorema di Talete: se due rette **a** e **b** formano un angolo acuto α, allora due rette **a'** e **b'** rispettivamente perpendicolari alle prime due formano anch'esse lo stesso angolo acuto α

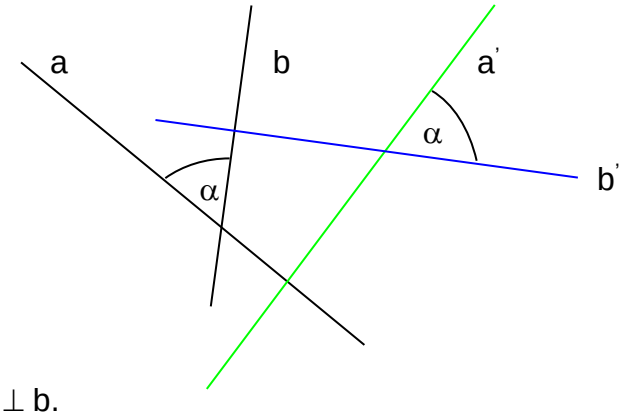


fig.19

In fig. 19 a'$\perp$ a e b' $\perp$ b.

Nella figura 20, pensiamo l'orizzontale come retta a e il piano inclinato come retta b. Poi pensiamo la direzione del peso come retta a' e la direzione di $\vec{P}_N$ come retta b'.

Applicando il teorema di Talete concludiamo che l'angolo acuto tra $\vec{P}$ e $\vec{P}_N$ deve essere pari a α.

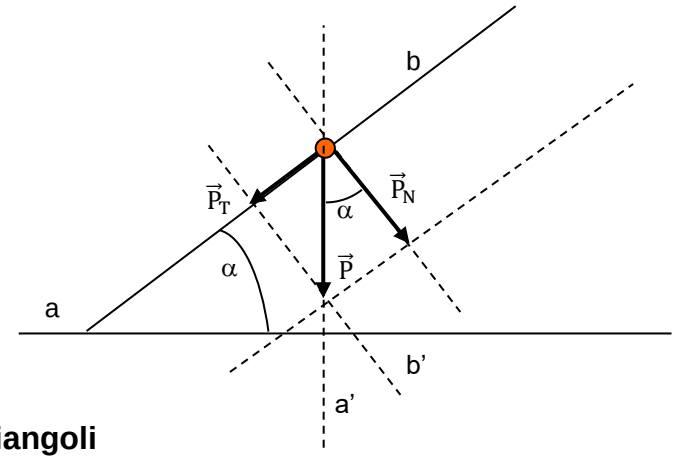


fig. 20

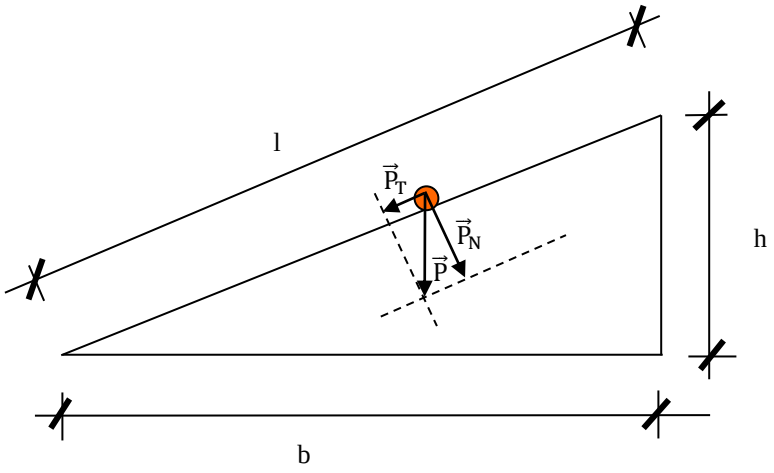
Similitudine tra triangoli

Due triangoli si dicono simili se hanno gli angoli ordinatamente uguali e i lati proporzionali.

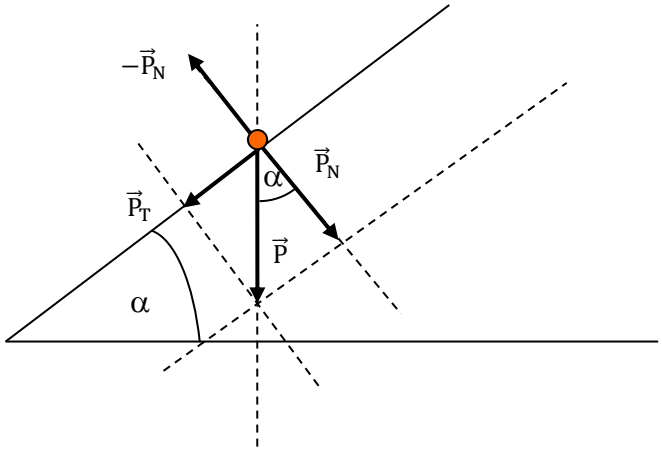
<u>1° criterio di similitudine</u>:se due triangoli hanno due angoli rispettivamente uguali, essi sono simili.

<u>2° criterio di similitudine</u>: due triangoli sono simili se hanno due lati ordinatamente proporzionali e gli angoli compresi uguali.

<u>3° criterio di similitudine</u>: due triangoli sono simili se hanno i tre lati ordinatamente proporzionali. Le componenti P_N e P_T si possono determinare con la similitudine dei triangoli.



$\frac{l}{h} = \frac{P}{P_T} \Rightarrow P_T = \frac{Ph}{l}$ b= $\sqrt{l^2 - h^2}$ $\frac{l}{b} = \frac{P}{P_N} \Rightarrow P_N = \frac{Pb}{l}$ e anche $P_N = \sqrt{P^2 - P_T^2}$



Come si fa per equilibrare il punto materiale appoggiato su un piano inclinato liscio?

In base alla definizione bisogna far in modo che la risultante di tutte le forze sia nulla. Basta allora equilibrare la $\vec{P}_N$ applicando al punto materiale una forza eguale e contraria a $\vec{P}_T$ cioè una - $\vec{P}_T$ (fig. 21).

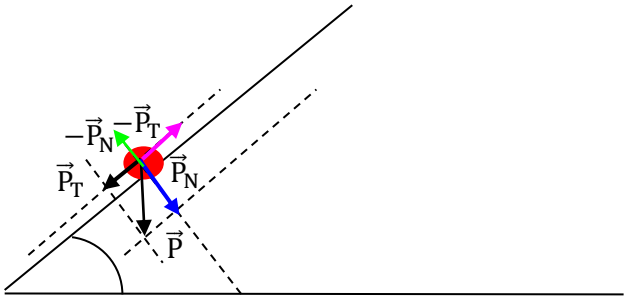


fig. 21

IL CUNEO

E' è una macchina semplice nel senso che applicando una certa forza se ne ottiene una di maggiore intensità. E' costituito da un prisma triangolare sottile. Supponiamo che la sezione del cuneo sia un triangolo isoscele ABC: AB è detta testa, BC e AC sono detti fianchi (fig. 22).

Quando si applica una forza $\vec{F}$ sulla testa del cuneo per farlo penetrare in un corpo, se i fianchi sono perfettamente lisci, si generano perpendicolarmente ai fianchi due resistenze $\vec{R}_1$ e $\vec{R}_2$ di intensità uguale la cui somma è la forza $\vec{R}$. Per avere l'equilibrio occorre che sia $|\vec{F}|=|\vec{R}|$. Per determinare il valore di $\vec{R}_1$ o di $\vec{R}_2$ si sfrutta la similitudine dei triangoli ABC e OMN come si evince dalla figura sottostante.

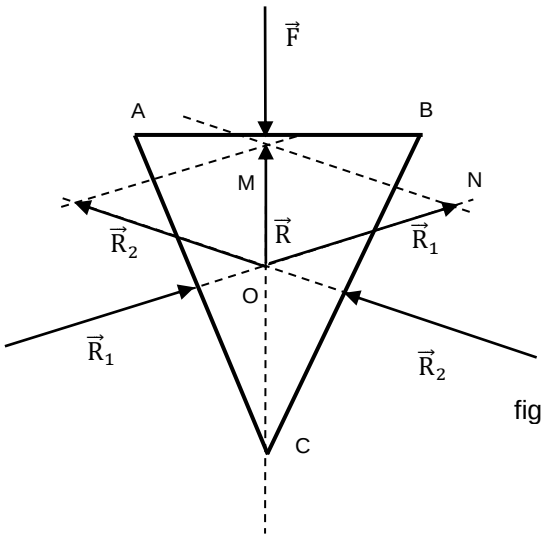


fig. 22 – Sezione trasversale di un cuneo

ABC e OMN sono simili perché hanno gli stessi angoli. Allora si può scrivere:

$\frac{ON}{OM}=\frac{AB}{AC}$ e siccome ON=R=F e OM=R_1 si ha:

$\frac{F}{R_1}=\frac{AB}{AC}$ da cui $R_1=\frac{FxAC}{AB}$. Allora per ottenere una forza sui fianchi più grande di quella applicata sulla testa bisogna che il fianco AC sia maggiore della testa AB.

Il cuneo penetra nei corpi, si fa posto ed allarga. Esempi di cunei sono il coltello che taglia la carne, la prua della nave che penetra nell'acqua e il vomero dell'aratro che ara la terra.

2.4 IL CORPO RIGIDO

E' utile in fisica schematizzare i corpi in due classi: **corpi rigidi** e **corpi deformabili.**

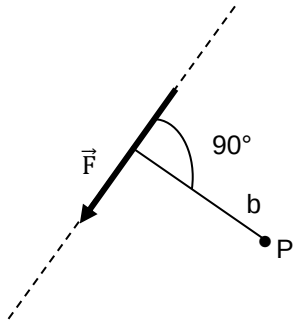
Corpo rigido

Un corpo si dice **rigido** quando soggetto ad una forza qualsiasi, le **mutue** distanze tra i suoi punti **non variano**. Il concetto di corpo rigido è relativo. Un corpo può essere rigido per un certo sistema di forze ma deformabile per un altro.

Corpo deformabile

Un corpo si dice **deformabile** quando soggetto ad una forza qualsiasi, le **mutue** distanze tra i suoi punti **non variano**. Anche il concetto di corpo deformabile è un concetto relativo nel senso che un corpo deformabile potrebbe comportarsi come uno rigido se soggetto ad una forza di piccolissima intensità.

2.5 IL MOMENTO DI UNA FORZA RISPETTO AD UN PUNTO



Data una forza $\vec{F}$ e un punto P, il **braccio della forza** è definito come il segmento più breve che collega la forza $\vec{F}$ al punto P. Si vede dalla figura precedente che il braccio forma un angolo di 90° con la retta d'azione della forza.

Momento di una forza

Il momento M di una forza $\vec{F}$ rispetto ad un punto P è dato dal **prodotto tra l'intensità della forza $\vec{F}$ e il braccio b**, ovvero:

$M=Fb$ momento di una forza

Se il punto appartiene alla retta di azione alla retta ovviamente il momento della forza è nullo. Esso misura l'efficacia della forza a produrre la rotazione di un corpo rigido immaginato soggetto alla forza F e che possa ruotare intorno ad un punto fisso P.

Per convenzione il momento viene considerato **positivo** se è **destrogiro**, ossia se ha per effetto una rotazione del corpo rigido nel senso orario, intorno al punto P.

Il momento di un forza si misura N•m o J (Joule).

Quando si apre un porta tirando la maniglia con la porta, si genera un momento che provoca la rotazione della porta attorno alle cerniere.

2.6 MOMENTO DI DUE O PIU' FORZE RISPETTO AD UN PUNTO

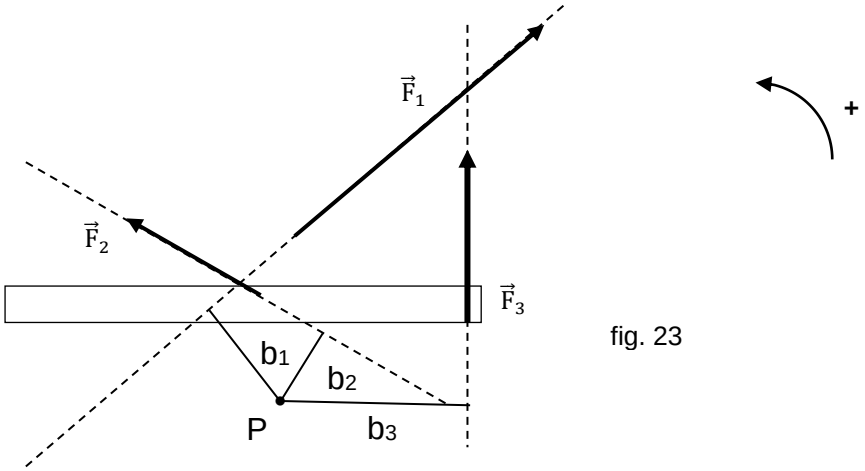


fig. 23

Nell'esempio di figura 23 si hanno tre forze. Qual è il momento risultante di queste tre forze rispetto al punto P?

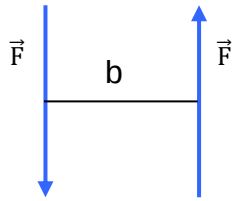
Si calcola il momento di ciascuna forza con il relativo segno positivo o negativo e poi si fa la somma algebrica. Nel nostro caso si ha:

$M_t = - F_1 b_1 + F_2 b_2 + F_3 b_3$

Ove M_t sta ad indicare il momento totale o momento risultante.

2.7 COPPIA DI FORZE

Una **coppia** di forze è formata da due forze parallele , di direzione opposta e della stessa intensità. La distanza **b** tra le due forze si chiama **braccio della coppia**.



Il momento di una coppia , rispetto ad un punto qualsiasi del suo piano è costante ed è uguale a M=Fb . La somma delle forze di una coppia vale zero.

<u>Applicazione</u>

Una delle principali caratteristiche delle automobili è la coppia massima ad un determinato numero di giri del motore. Cos'è la coppia massima?

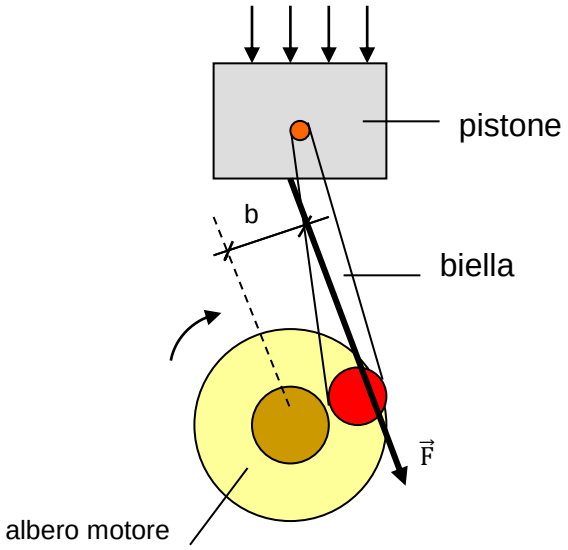


fig. 24

Nel motore delle automobili (fig. 24), la spinta prodotta dalla combustione della miscela aria-benzina si esercita sul pistone e attraverso la biella viene trasmessa all'albero motore. La forza $\vec{F}$ moltiplicata per il braccio b è la coppia (momento) indicata nei manuali che accompagnano le automobili. Ad esempio la Fiat Punto 1.2. 16V a 4000 giri/min sviluppa una coppia M= 114 N•m.

2.8 EQUILIBRIO DI UN CORPO RIGIDO

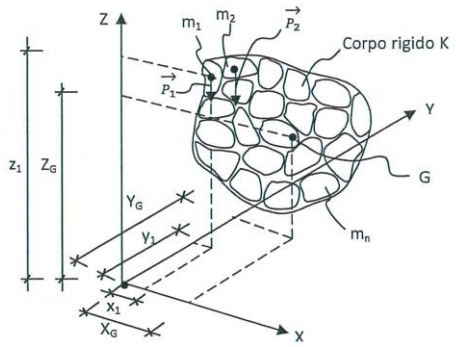
Condizioni necessarie e sufficienti affinché un sistema di forze applicate ad un corpo rigido sia compatibile con l'equilibrio del corpo sono:

a) la somma vettoriale (risultante) di tutte le forze agenti sia nulla;
b) Il momento risultante, calcolato rispetto ad un punto qualsiasi, di tutte le forze agenti sia nullo.

Ciò significa che se un corpo rigido è in quiete e poi ad esso vengono applicate delle forze che rispettano le condizioni 1) e 2), esso continuerà a rimanere in equilibrio. Se invece è in moto e ad un certo istante si applicano delle forze in modo che tutte le forze rispettino le condizioni 1) e 2), allora esso si muoverà in modo che il suo centro di massa CM si muova di moto rettilineo uniforme.

2.9 IL BARICENTRO DI UN CORPO RIGIDO

Supponiamo di avere un corpo K e prendiamo un sistema d'assi cartesiani a piacere (X,Y,Z). Immaginiamo di suddividere il corpo in tanti piccoli pezzettini ciascuno con la propria massa e il proprio peso. Ciascun pezzettino avrà la posizione nello spazio individuata dalle coordinate x,y,z.
Il baricentro (G) di un corpo rigido, deformabile o di un sistema di corpi è un punto la cui posizione è la media pesata delle posizioni delle piccole masse con cui si immagina suddiviso il corpo.



Il peso usato nella media pesata è il peso delle masse m_1, m_2, ecc.… delle posizioni dei piccoli pezzetti in cui si immagina suddiviso il corpo. Il baricentro ha coordinate:

$$X_G = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n} \quad Y_G = \frac{y_1 p_1 + y_2 p_2 + \ldots + y_n p_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n} \quad Z_G = \frac{z_1 p_1 + z_2 p_2 + \ldots + z_n p_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}$$

Il baricentro G è unico, può essere anche esterno al corpo e teoricamente non coincide con il centro di massa.

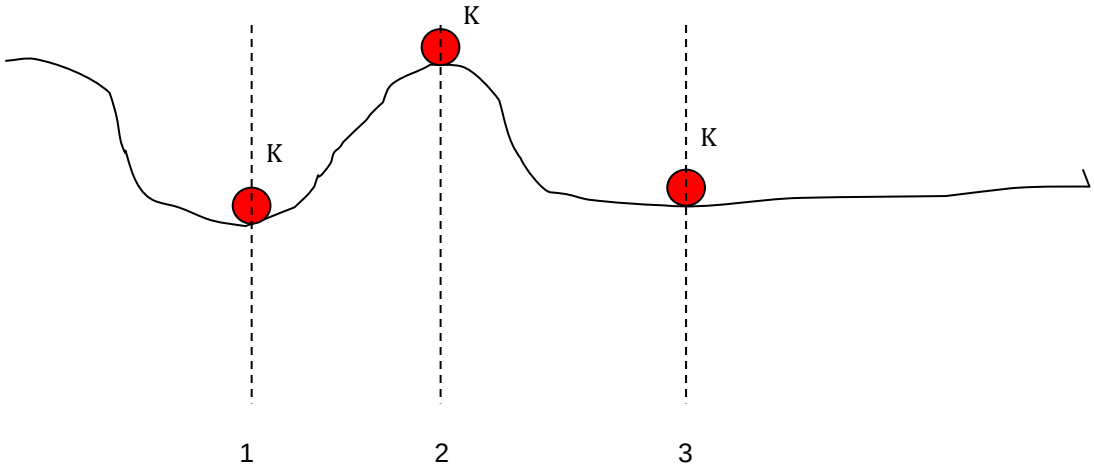
esempio di baricentro interno al corpo

esempio di baricentro esterno al corpo

2.10 DIVERSI TIPI DI EQUILIBRIO DI UN CORPO RIGIDO

Un corpo rigido K può trovarsi in una delle seguenti tre posizioni di equilibrio:

1) equilibrio stabile
2) equilibrio instabile
3) equilibrio indifferente



Equilibrio stabile: una posizione è di equilibrio stabile se spostato il corpo e poi lasciatolo libero esso tende a ritornare nella posizione iniziale.

Equilibrio instabile: una posizione è di equilibrio instabile se spostato il corpo e poi lasciatolo libero esso non ritorna più nella posizione iniziale.

Equilibrio indifferente: una posizione è di equilibrio indifferente se spostato il corpo in un'altra posizione esso tende a rimanervi indefinitamente.

2.11 LE LEVE

La leva è una macchina semplice.

La **leva** è formata da un'asta rigida ipotizzata priva di massa e perciò anche di peso, che può ruotare attorno ad un asse. L'intersezione tra l'asse di rotazione della leva e la leva si chiama **fulcro** e si indica con **F**.

Lo scopo della leva è quello di amplificare una forza iniziale. Non tutte le leve però raggiungono questo scopo. La forza applicata dall'uomo sulla leva si chiama potenza e si indica con $\vec{P}$. La forza che viene generata dalla leva si chiama resistenza e si indica con $\vec{R}$. Più precisamente la resistenza è quella forza che mette in equilibrio la leva quando è soggetta alla potenza $\vec{P}$.

A seconda della posizione assunta dal fulcro , si hanno tre tipi di leve:

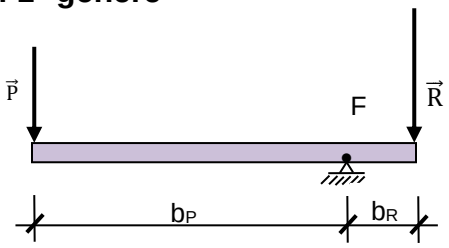
a) leva di 1° genere o interfulcrata: fulcro compreso tra potenza e resistenza
b) leva di 2° genere o interresistente: resistenza compresa tra fulcro e potenza
c) leva di 3° genere o interpotente: potenza compresa tra fulcro e resistenza

Una leva è vantaggiosa quando l'intensità della resistenza è maggiore dell'intensità della potenza.

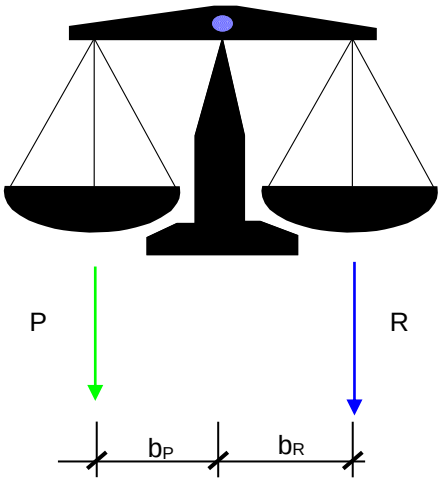
Una leva è svantaggiosa quando l'intensità della resistenza è minore dell'intensità della potenza.

Una leva è indifferente quando l'intensità della resistenza è uguale all'intensità della potenza.

Leva di 1° genere



Esempio di leva di 1° genere – bilancia



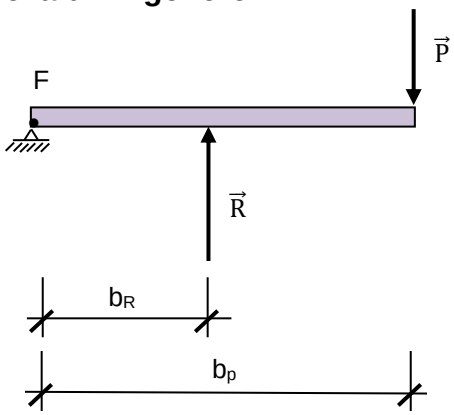
La leva, avendo un punto fisso (un vincolo), il fulcro, non può traslare, ma solo ruotare. Essa è in equilibrio quando il momento risultante rispetto ad F è nullo, ovvero quando il momento della potenza ha lo stesso valore del momento della resistenza.

Se indichiamo con M_P il momento della resistenza rispetto al fulcro, e con M_R il momento della potenza sempre rispetto al fulcro, allora la leva sarà in equilibrio se si ha: $M_P = M_R$,ovvero:

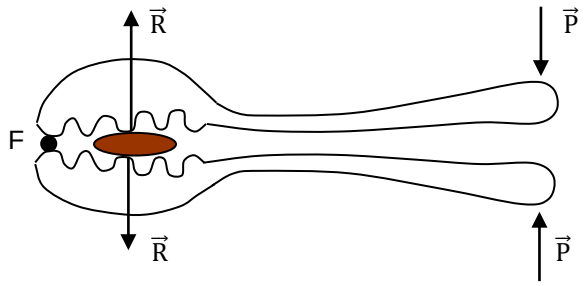
$Pb_p = Rb_R$

Si vede che se $b_p > b_R$ allora $\vec{P} < \vec{R}$, cioè la leva è vantaggiosa, se $b_p < b_R$ allora P>R cioè la leva è svantaggiosa e infine se $b_p = b_R$ allora $\vec{P} = \vec{R}$ cioè la leva è indifferente.

Leva di 2° genere

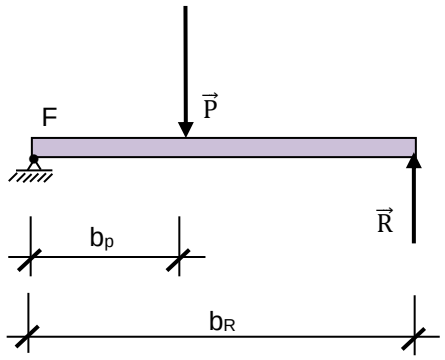


Un esempio di leva di 2° genere è rappresentata dallo schiaccianoci.

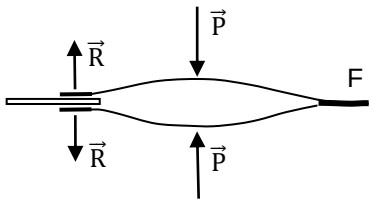


Essendo $b_p > b_R$ la leva di 2° genere non può mai essere svantaggiosa.

Leva di 3° genere



Essendo $b_R > b_p$ la leva di 3° genere non può mai essere vantaggiosa.
Un esempio di leva di 3° genere sono le pinzette da chirurgo.



2.12 LA MASSA

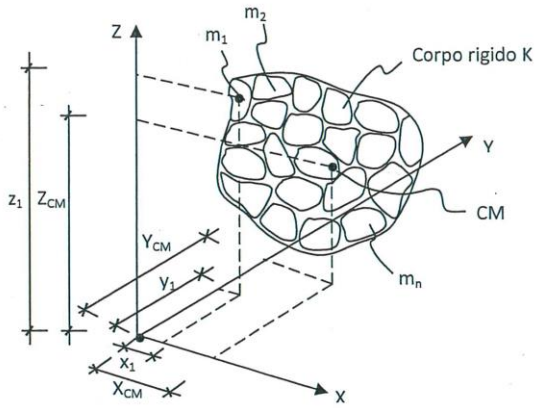
La **massa** di un corpo è una proprietà che hanno tutti i corpi; indica quanta materia è contenuta nel corpo. Essa rimane inalterata (fino a che i corpi si muovono a velocità

molto inferiore a quella della luce) anche se il corpo viene portato in un altro pianeta ad esempio la Luna.

La massa viene indicata con **M** o con **m**, è una grandezza scalare e nel SI viene misurata in kilogrammi (kg). Più avanti si parlerà di massa gravitazionale e di massa inerziale, ma ciò ha poca importanza in quanto numericamente si equivalgono. La massa, anche se legata al peso, è cosa diversa dal peso.

2.13 CENTRO DI MASSA

Il centro di massa (CM) di un corpo rigido, deformabile o di un sistema di corpi è un punto la cui posizione è la media pesata delle posizioni delle piccole masse con cui si immagina suddiviso il corpo.



Esso ha coordinate:

$$X_{CM} = \frac{X_1 m_1 + X_2 m_2 + ...X_n m_n}{m_1 + m_2 ..... + m_n} \quad Y_{CM} = \frac{Y_1 m_1 + Y_2 m_2 + ...Y_n m_n}{m_1 + m_2 ..... + m_n} \quad Z_{CM} = \frac{Z_1 m_1 + Z_2 m_2 + ...Z_n m_n}{m_1 + m_2 ..... + m_n}$$

Il centro di massa CM è unico, può essere esterno al corpo e teoricamente non coincide con il baricentro. La proprietà fondamentale del centro di massa CM è che si muove come se in esso fosse concentrata tutta la massa del corpo rigido o del sistema dei corpi e in esso fossero applicate tutte le forze.

2.14 EQUILIBRIO DI UN CORPO RIGIDO SU UN PIANO INCLINATO NON LISCIO

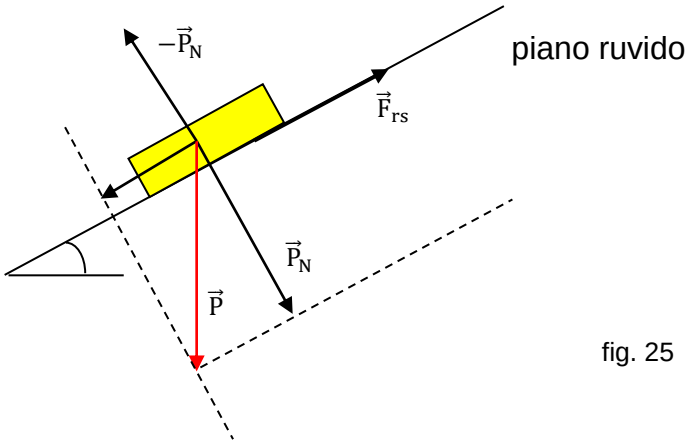


fig. 25

Dalla figura 25 si vede che se il piano inclinato non è liscio si genera alla base del corpo, l'attrito statico radente $\vec{F}_{rs}$ il cui valore è $F_{rs}= P_N K_{rs}$. Il corpo rimane in quiete se $|P_T| = |F_{rs}|$. Se $\vec{P}_1$ è maggiore di $\vec{F}_{rs}$ il corpo si muove verso il basso e alla base del corpo nasce l'attrito radente dinamico $\vec{F}_{rd}$ il cui valore sarà $F_{rd}= P_N K_{rd}$.

3.1 SISTEMI DI RIFERIMENTO

Consideriamo un treno che percorra una linea ferroviaria senza diramazioni, partendo da una stazione che chiameremo A. Poiché il treno non può uscire dal binario, basterà dire il numero di chilometri che esso ha percorso dopo la partenza dalla stazione per conoscere esattamente la sua posizione. Quando ci troviamo in questa situazione, in cui basta un solo numero per individuare la posizione di un oggetto, diciamo che il moto di quel oggetto avviene in una sola dimensione. Vediamo adesso un'altra situazione: quella che si presenta, per esempio, nel caso di un giocatore che si muova su un campo da gioco rettangolare. Per indicare dove esso si trova non basta più, ora, specificare una sola distanza. Oltre a dire che egli si trova, supponiamo, a 20 metri dalla linea di fondo, occorre specificare che egli si trova, per esempio, a 15 metri dal bordo sinistro del campo. Nei casi come questo, in cui per indicare la posizione di un oggetto occorre specificare due distanze, si dice che l'oggetto si muove in uno spazio a due dimensioni.

Per indicare, infine, la posizione di un aeroplano in cielo occorre dire non solo sopra quale posizione esso si trova. E ciò, come nel caso del giocatore sul campo da gioco, richiede che si specifichino due distanze. Ma è necessario anche che si specifichi una terza distanza, cioè la sua altezza da terra. L'aeroplano si muove dunque in uno spazio a tre dimensioni. Volendo descrivere il moto di un oggetto, bisogna essere in grado di poter indicare con precisione in quale posizione esso si trova in ogni momento. E' dunque necessario, per prima cosa, indicare rispetto a quali riferimenti si intende misurare la sua posizione. Quando questi riferimenti sono stati specificati si dice che abbiamo scelto **un sistema di riferimento**.

Posizione

La posizione di un punto in moto o in quiete, è data dalle coordinate cartesiane misurate rispetto ad una terna d'assi cartesiani immaginata fissata al sistema di riferimento. Se il punto si muove lungo una retta la posizione del corpo è data dalla lettura fatta su un righello.

Quiete

Un punto si dice in **quiete,** rispetto ad un certo sistema di riferimento, se la sua posizione **non varia** al trascorrere del tempo.

Moto

Un punto si dice in **moto,** rispetto ad un certo sistema di riferimento, se la sua posizione **varia** al trascorrere del tempo.

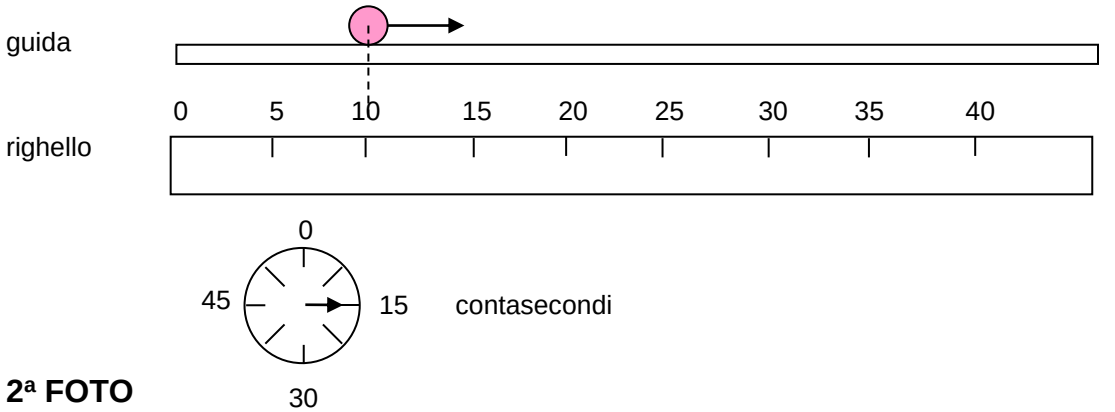
3.2 TRAIETTORIA

La traiettoria è una linea ideale che unisce tutte le posizioni occupate dal punto durante il suo moto. Nei casi più semplici tale curva è una retta, oppure una circonferenza, oppure una parabola o una ellisse. Per esempio la traiettoria descritta dalla Terra nel suo moto traslatorio di rivoluzione attorno al Sole è un'ellisse.

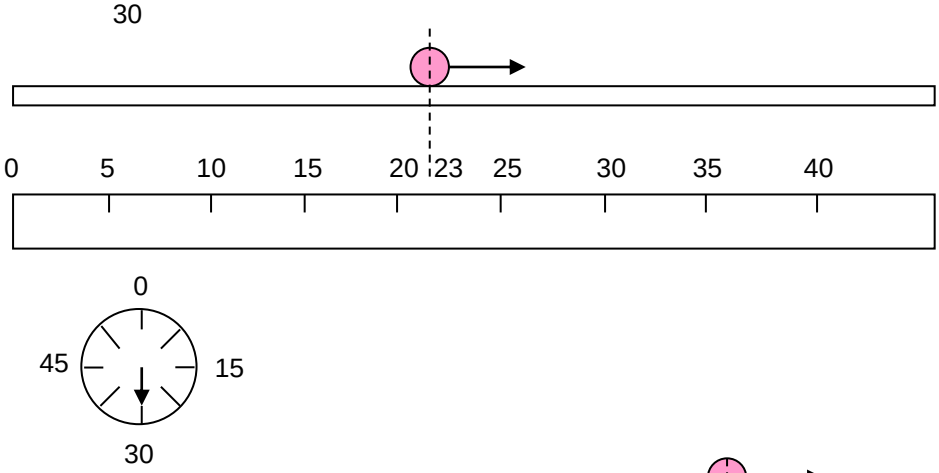
La traiettoria descritta da un punto che cade verticalmente verso il suolo è un segmento e così via.

3.3 VELOCITA' SCALARE MEDIA

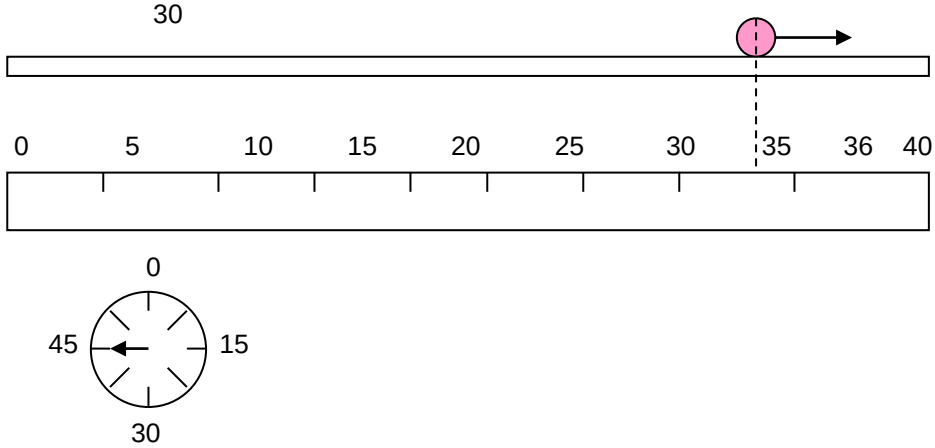
1ª FOTO



2ª FOTO



3ª FOTO



Nelle tre figure precedenti sono rappresentate tre foto scattate ad intervalli di 15 secondi. In ogni foto si vede la posizione occupata da una pallina in moto sopra un guida. Le letture fatte sul righello sono **posizioni** e non distanze. La posizione ha lunghezza zero. Le letture fatte sul contasecondi sono **istanti** di tempo e non intervalli

di tempo. L'istante non sta ad indicare un intervallo di tempo breve. **L'istante dura zero secondi.** Nel passare da una foto alla successiva si vede una variazione di istante ed una variazione di posizione. Se si utilizza il simbolo s per indicare le varie posizioni e il simbolo t per indicare gli istanti, con Δs indicheremo la variazione di posizione e con Δt la variazione di istante. Per esempio nel passaggio tra la 1^ foto e la 2^ foto si ha:

Δs= 23-10 = 13m Δt= 30-15 = 15s

La variazione di posizione Δs si chiama **distanza** o **spazio**.

La variazione di istante Δt si chiama **intervallo di tempo**.

Nel nostro esempio abbiamo tra la 2^ e la 1^ foto Δs=13m e Δt=15s, tra la 3^ e la 2^ foto Δs=13m e Δt=15s. Se ora facciamo il rapporto tra la distanza e l'intervallo di tempo , otteniamo una nuova grandezza fisica $\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{13}{15}$. Tale grandezza si chiama **velocità scalare media** e si indica con $\vec{V}_m$. L'unità di misura della velocità scalare media è m/s (metri al secondo) , infatti la distanza si misura in metri e l'intervallo di tempo in secondi. Se la velocità è misurata in km/h occorre dividere il valore per 3,6 per ottenere la corrispondente velocità misurata in m/s e viceversa.

3.4 MOTO RETTILINEO UNIFORME

Supponiamo che un punto si stia muovendo lungo una retta e che le posizioni e gli istanti siano quelli indicati in tabella.

s(m)	t(s)
2	1
4	2
6	3
8	4
10	5
2	6

Calcoliamo la velocità scalare media in alcuni intervalli di tempo.

$V_{m1}=\frac{\Delta s_1}{\Delta t_1}=\frac{4-2}{2-1}$=2m/s

$V_{m2}=\frac{\Delta s_2}{\Delta t_2}=\frac{8-2}{4-1}$=2m/s

$V_{m3}=\frac{\Delta s_3}{\Delta t_3}=\frac{12-2}{6-1}$=2m/s

Si nota che la velocità scalare media è costante e vale 2m/s. Generalizzando possiamo dire che: quando un punto si muove in modo tale che la traiettoria sia una retta e che il rapporto $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ tra la distanza Δs percorsa nell'intervallo di tempo Δt e l'intervallo di tempo stesso sia **costante** al variare del particolare intervallo di tempo, allora il moto ***è rettilineo ed uniforme***.

D'ora in avanti non useremo più Δs e Δt ma s e t.

$\frac{s}{t}=v_m$ legge della velocità

moltiplicando per t entrambi i membri si ottiene la legge oraria del moto rettilineo uniforme.

$\frac{s}{t}t=v_m t$ $s=v_m t$ legge oraria

Dal punto di vista matematico la legge oraria è una proporzionalità diretta semplice tra s e t. La costante di proporzionalità è la v_m . Se in un sistema d'assi cartesiani si mettono i valori dello spazio in funzione del tempo si ottiene una serie di punti che una volta uniti danno il diagramma che prende il nome di **diagramma della legge oraria**. Tale diagramma è una **retta**.

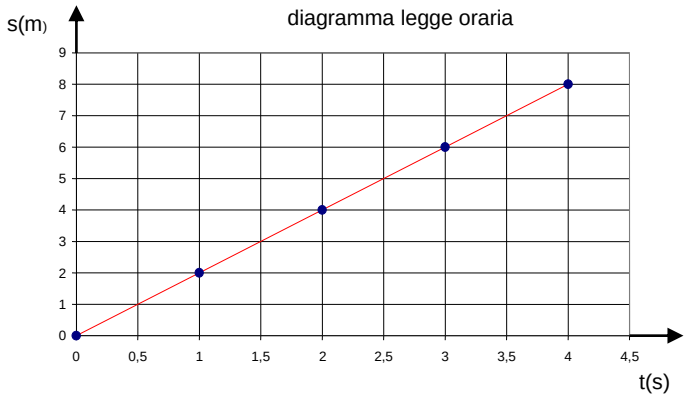


fig. 26

Se mettiamo in un grafico i valori della velocità in funzione del tempo otteniamo il **diagramma della legge della velocità**.

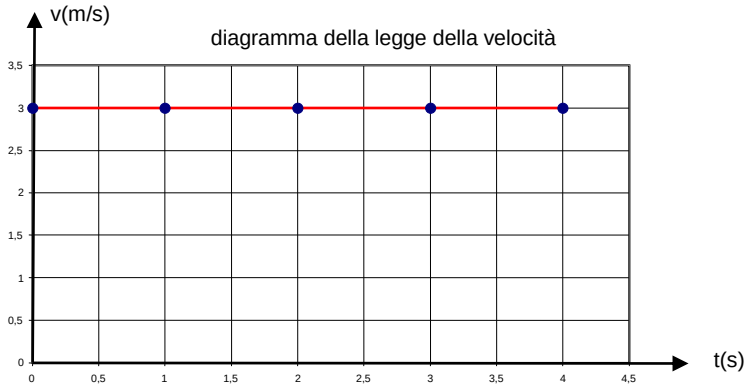


fig. 27

In natura non esistono corpi che si muovono di moto rettilineo uniforme se non i casi particolari. Tale moto si può in parte riprodurre solo in laboratorio. Il rapporto $\Delta s/\Delta t$ indica anche la **pendenza** della retta che rappresenta il diagramma della legge oraria. Ne consegue che maggiore è la velocità scalare media maggiore è la pendenza della retta. Se un stessa legge oraria viene rappresentata su due sistemi d'assi cartesiani con scale diverse, si ottengono due rette diversamente inclinate sull'asse delle ascisse. L'angolo formato dalla retta con l'asse orizzontale (asse delle ascisse) si chiama **inclinazione** del diagramma della legge oraria ed è cosa diversa dalla pendenza.

La massima velocità raggiunta con un mezzo costruito dall'uomo si è raggiunta negli anni '70. La sonda Helios una volata raggiunto il campo gravitazionale solare raggiunse i 67.000 m/s. La massima velocità che un corpo può raggiungere è quella della luce che vale c= $3x10^8$ m/s. E' la teoria della Relatività Speciale di Einstein che stabilisce che essa sia un valore non superabile.

3.5 VELOCITÀ ISTANTANEA

Se nel rapporto $\mathbf{\Delta s/\Delta t}$ si fa "tendere" a zero l'intervallo di tempo Δt , allora il rapporto esprime la velocità scalare istantanea: v= $\mathbf{\Delta s/\Delta t}$ con $\Delta t \rightarrow 0$.

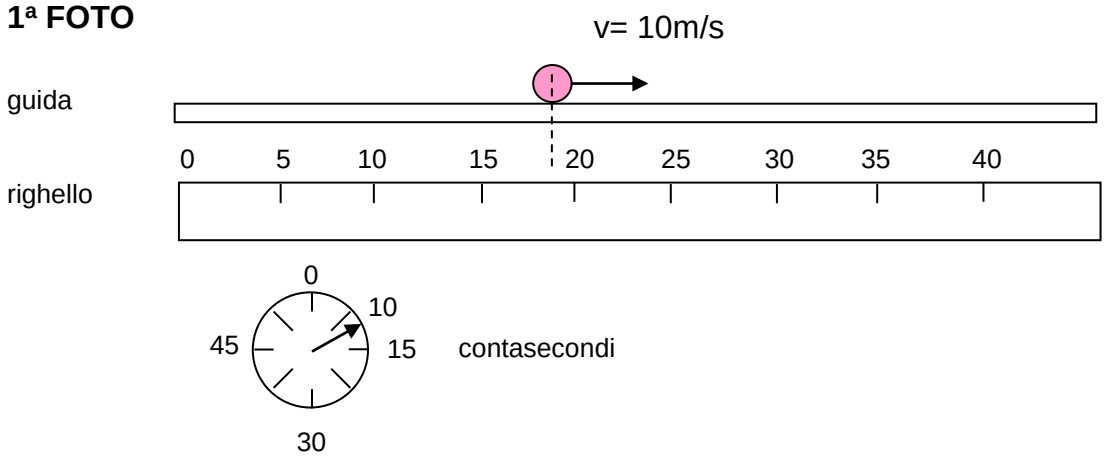
Alcuni valori tipo di velocità istantanea

brezza 2÷5 m/s; satellite artificiale che ruota attorno alla Terra $2{,}8x10^7$ m/s;

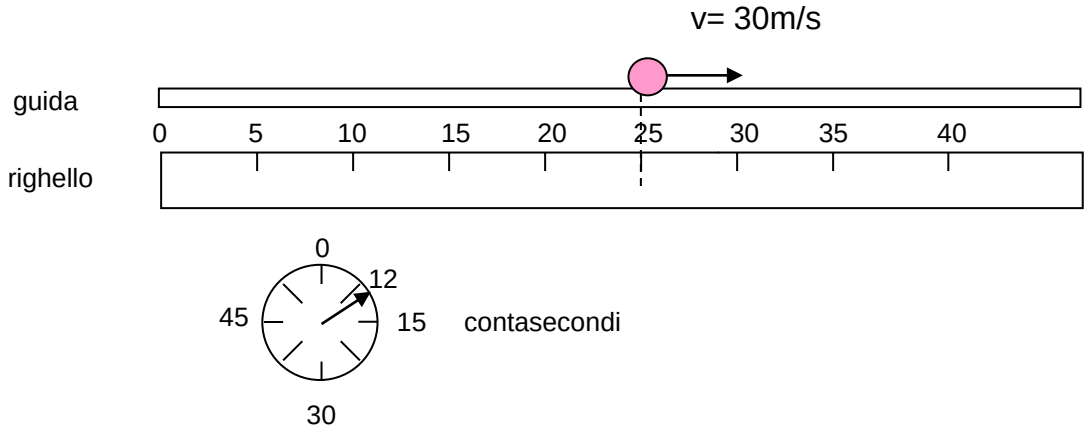
Terra nel moto di rivoluzione attorno al Sole $3x10^4$ m/s; velocità di un fulmine 8 $x10^7$ m/s.

3.6 ACCELERAZIONE SCALARE MEDIA

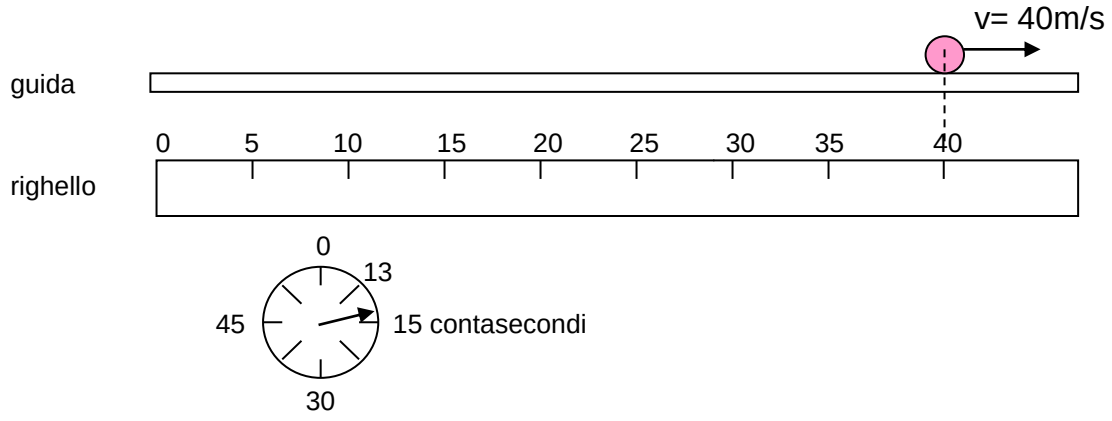
1ª FOTO



2ª FOTO



3ª FOTO



Nelle tre figure precedenti sono rappresentate tre foto scattate ad intervalli di 2 e 1 secondo. In ogni foto si vede la posizione occupata dalla pallina in moto sopra la guida.

Utilizziamo il simbolo Δv per indicare la variazione di velocità che avviene in un certo intervallo di tempo Δt. Nel passaggio tra la 1^ e la 2^ foto abbiamo una variazione di velocità Δv_1=30-10=20m/s in un intervallo di tempo
Δt_1 = 12-10=2s. Nel passaggio tra la 2^ e la 3^ foto abbiamo una variazione di velocità Δv_2=40-30 =10 m/s in un intervallo di tempo Δt_2=13-12=1s.

Se facciamo il rapporto tra le variazioni di velocità e l'intervallo di tempo in cui tali variazioni avvengono otteniamo:

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{30-10}{12-10} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = \frac{40-30}{13-12} = \frac{10}{1} = 10$$

Il rapporto $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ che è sempre costante esprime quanta variazione di velocità posso associare all'unità di misura del tempo, cioè ad un secondo. Tale rapporto si chiama **accelerazione scalare media** e viene indicata con **a**. Se sostituiamo v a Δv e t a Δt otteniamo:

$$\boxed{a_m = \frac{v}{t}}$$ accelerazione scalare media

L'unità di misura dell'accelerazione è m/s^2 (metri al secondo quadrato).

Quando Δt tende a 0 il rapporto $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ rappresenta **l'accelerazione istantanea** $a_i = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ con $\Delta t \to 0$.

3.7 MOTO VARIO

I moti che si presentano nella realtà non sono mai uniformi, salvo casi eccezionali, ma sono **vari**, nel senso che la velocità cambia istante per istante. In generale si dice che un punto si muove di moto vario se percorre spazi uguali in intervalli di tempo diversi, ovvero quando l'accelerazione è diversa da zero.

3.8 MOTO UNIFORMEMENTE VARIO

Il moto vario può avere un'accelerazione costante oppure no. **Quando l'accelerazione è costante il moto si dice uniformemente vario.**

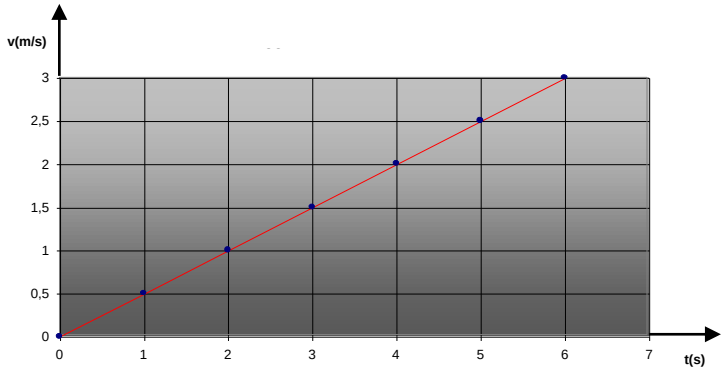
3.9 MOTO UNIFORMEMENTE VARIO CON VELOCITA' CRESCENTE E VELOCITA' INIZIALE NULLA

Dalla definizione di accelerazione $a=\frac{v}{t}$ si può ricavare la velocità v.

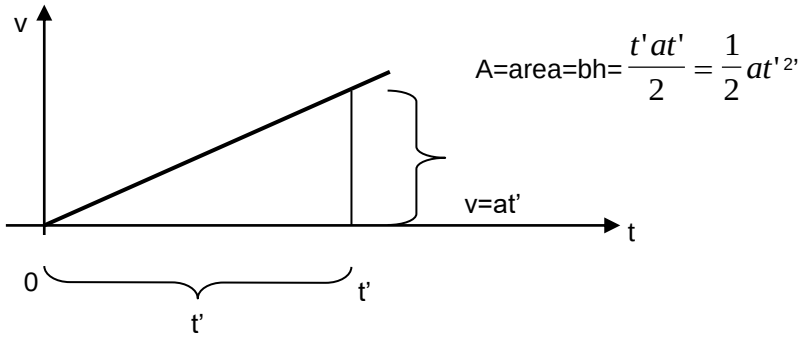
$at=t\frac{v}{t}$ $\quad at=\frac{{}^{1}\cancel{t}}{{}^{1}\cancel{t}}v$

$v=at$ legge della velocità del moto uniformemente vario con velocità iniziale nulla e velocità crescente. Ora indichiamo con v_0 la velocità del punto all'istante iniziale e tale velocità la chiamiamo velocità iniziale. Se il punto parte da fermo allora $V_0=0$. Se poi la sua accelerazione è costante allora la velocità in funzione del tempo è data dalla formula v=at. Se ad esempio $a=0.5\ m/s^2$ possiamo costruire la seguente tabella e il relativo grafico.

V(m/s)	t (s)
0,5	1
1,0	2
1,5	3
2,0	4
2,5	5
3,0	6



Il grafico precedente è il diagramma della legge della velocità.



L'area A , che vale $\frac{1}{2}at'^2$, sottesa dal diagramma della velocità è proporzionale allo spazio percorso dal corpo all'istante t'. Generalizzando possiamo dire che:

$s = \frac{1}{2}at^2$ Legge oraria del moto uniformemente vario con velocità iniziale nulla e velocità crescente

Supponendo un moto con a=2m/s^2, usando la legge oraria otteniamo:

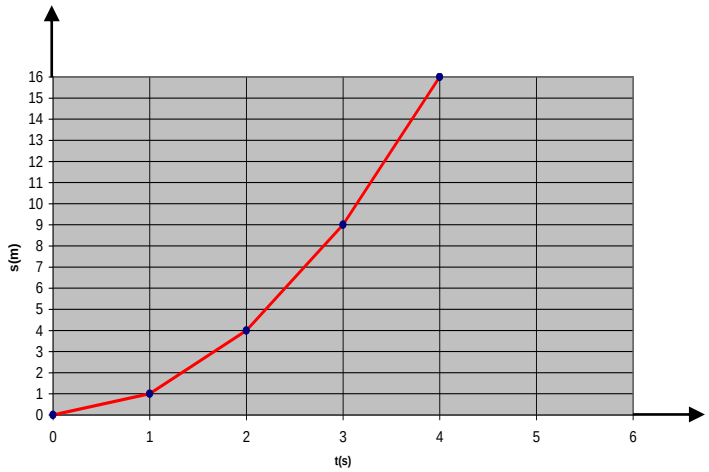
t=1s s=1m

t=2s s= 4m

t=3s s=9m

Sfruttando la legge oraria possiamo costruire la seguente tabella e quindi disegnare il grafico della legge oraria.

t(s)	s(m)
1	1
2	4
3	9
4	16



Il grafico precedente è il diagramma della legge oraria.
Si nota che il diagramma è una parabola, infatti tra lo spazio s e il tempo t intercorre una proporzionalità diretta quadratica.

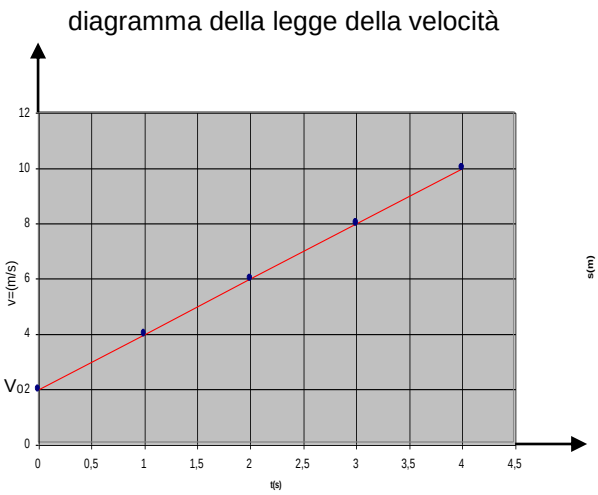
3.10 MOTO UNIFORMEMENTE VARIO CON VELOCITA' INIZIALE NON NULLA E VELOCITA' CRESCENTE

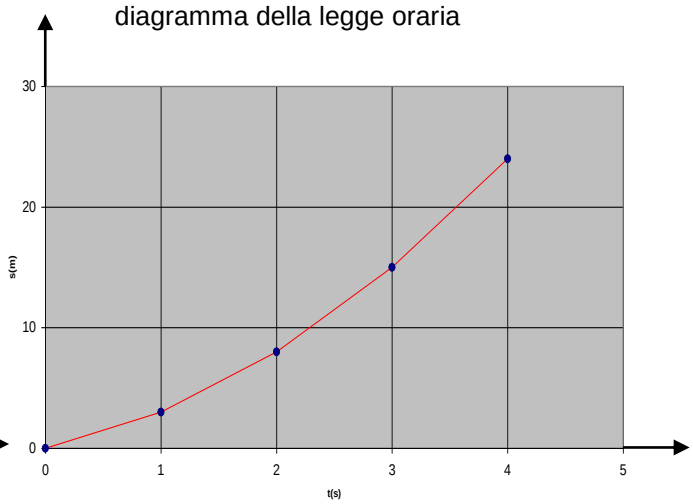
E' il moto che ha un punto che parte con una velocità iniziale v_0 e che successivamente si muove con accelerazione costante. Le leggi della velocità e oraria sono molto simili a quelle del moto precedente e si può dimostrare che assumono la seguente forma:

$v = v_0 + at$ legge della velocità

$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ legge oraria

I relativi diagrammi sono i seguenti:





3.11 MOTO UNIFORMEMENTE VARIO CON VELOCITA' INIZIALE NON NULLA E VELOCITA' DECRESCENTE

In questo tipo di moto il punto possiede una velocità iniziale v_0 dopo di che, con accelerazione costante, diminuisce la sua velocità fino ad arrestarsi.

E' facile dimostrare che le leggi del moto sono le seguenti:

$v = v_0 - at$ legge della velocità

$s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$ legge oraria

Nella prima legge si vede che la velocità va via via decrescendo. Ci sarà un valore di t, detto **tempo di arresto**, a cui corrisponde un valore nullo della velocità.

Per trovare tale intervallo di tempo basta porre v=0 nella legge della velocità e ricavare t.

$0 = v_0 - at$ $\quad at = v_0 - at + at$ $\quad at = v_0$ $\quad \frac{at}{a} = \frac{v_0}{a}$ $\quad t = \frac{v_0}{a}$

Il tempo di arresto vale perciò $\boxed{t = \frac{v_o}{a}}$

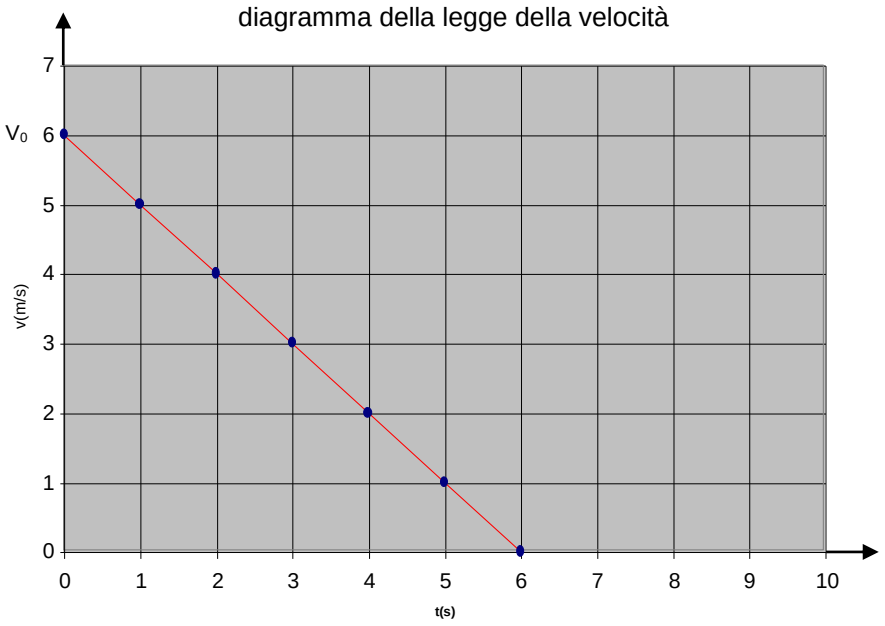
Introducendo questo valore di t nella legge oraria, si ottiene lo spazio di arresto. Tale spazio è quello percorso dal punto prima di fermarsi. Per calcolarlo basta sostituire a t il valore $\frac{v_0}{a}$ nella legge oraria.

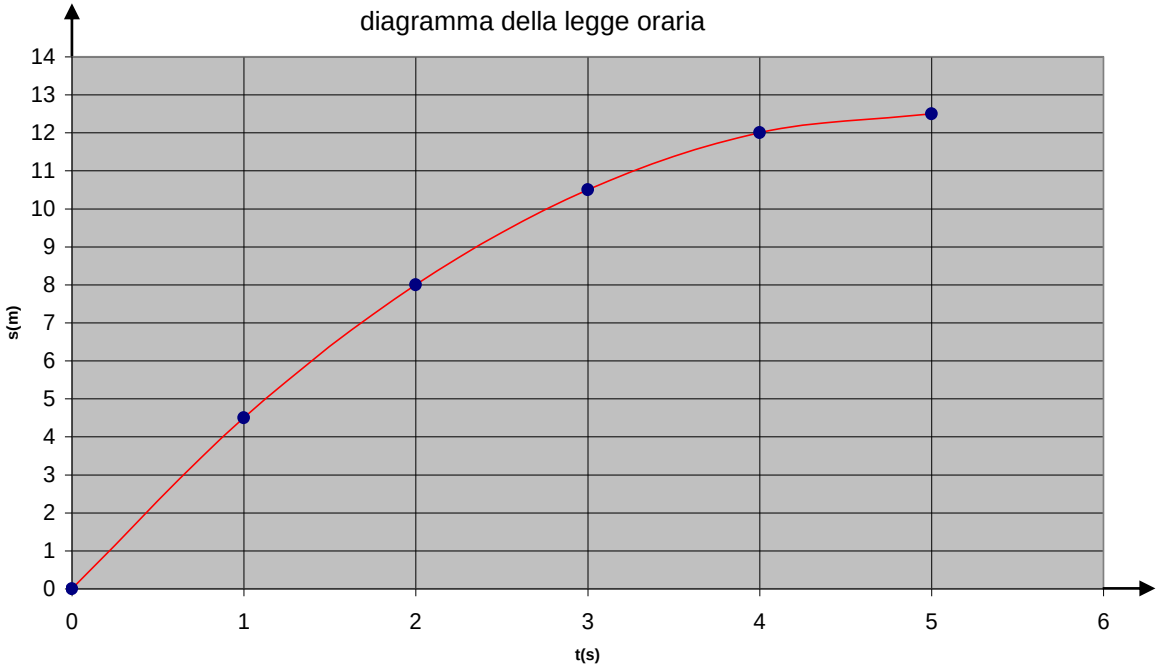
$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$

$$s = v_0 \frac{v_0}{a} - \frac{1}{2} a \left(\frac{v_0}{a}\right)^2 = \frac{v_0^2}{a} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a^2} = a = \frac{v_0^2}{a} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}$$

$\boxed{s = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}}$ spazio di arresto

I diagrammi delle due leggi sono i seguenti:





3.12 MOTO DI CADUTA DI UN GRAVE IN ASSENZA DI ATTRITO

La caduta verticale dei corpi in assenza di attrito è un problema che aveva incuriosito anche Galileo Galilei. La leggenda vuole che egli sia andato in sommità della Torre di Pisa e abbia lasciato cadere un oggetto molto pesante e uno molto leggero dimostrando che i corpi arrivano al suolo contemporaneamente.

Facendo diverse esperienze di caduta dei corpi nel vuoto (o in condizioni molto vicine al vuoto), si scopre che il moto si svolge verticalmente, cioè rettilineo, e che lo spazio percorso è proporzionale al quadrato del tempo. In definitiva il moto di caduta di un grave (nel vuoto) è un moto uniformemente vario con velocità iniziale nulla e velocità crescente con accelerazione pari a g. Se indichiamo con h l'altezza da cui parte il corpo otteniamo:

$h=\frac{1}{2}gt^2$ legge oraria (1)

$v=gt$ legge della velocità (2)

Le equazioni 1 e 2 si possono usare anche per i corpi che cadono nell'aria, quando hanno una aerodinamicità molto spinta.

Un tipico problema è quello di trovare il tempo che un corpo impiega ad arrivare al suolo nota l'altezza da cui cade.

Dalla 1) si ricava t: $2h=\frac{1}{2}gt^2 2$ $\frac{2h}{g}=\frac{gt^2}{g}$

$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ ovvero il tempo impiegato dal corpo a raggiungere il suolo.

Nelle cadute libere reali l'attrito viscoso svolge un ruolo fondamentale. L'attrito si fa sentire in maniera sensibile sui corpi poco aerodinamici. Questi corpi, per un breve intervallo cadono di moto uniformemente vario dopo di che cadono di moto uniforme (es. paracadutista) con una velocità detta velocità limite v_L. Ad esempio la velocità limite di una goccia d'acqua è in media pari a 27 km/h.

Ad essere precisi bisogna dire che sul corpo che cade nell'aria agisce anche la spinta di Archimede $\vec{S}$. Lo schema delle forze che agiscono su un corpo in caduta libera in aria è quello di figura 28.

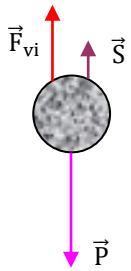


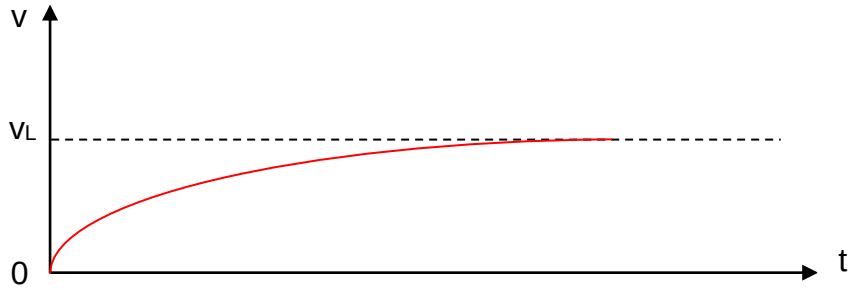
fig. 28

$\vec{F}_{vi}$= forza di attrito viscoso con intensità proporzionale alla velocità se il corpo è piccolo e la velocità è bassa.

$\vec{S}$ = spinta di Archimede.

$\vec{P}$ = peso del corpo.

Nel grafico sottostante è rappresentato l'andamento della velocità di un corpo in caduta libera con attrito.



4.1 LE TRAIETTORIE NEL PIANO E NELLO SPAZIO

Finora abbiamo trattato moti con traiettoria rettilinea. In generale però le traiettorie descritte dai punti non sono rettilinee. Abbiamo traiettorie curve sul piano o sullo spazio. Quali sono le differenze tra moti che si svolgono lungo una retta e moti che si svolgono nel piano o nello spazio?

A noi interessano tre concetti che non compaiono nei moti rettilinei e sono la **velocità vettoriale**, **l'accelerazione vettoriale** il **vettore spostamento**.

4.2 LO SPOSTAMENTO

Supponiamo che un punto parta dalla posizione A, descriva una traiettoria qualsiasi fino alla posizione B (fig. 29).

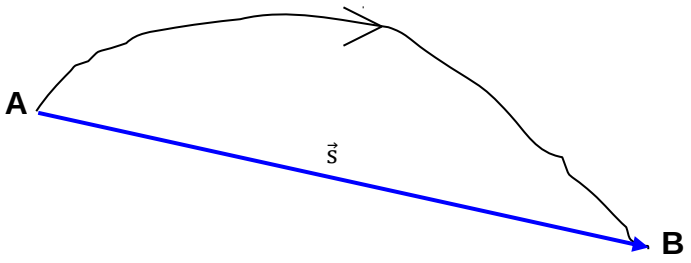


fig. 29

Il tratto di traiettoria compreso tra le posizioni A e B, rappresenta lo spazio percorso dal punto o la distanza percorsa. E' quella grandezza scalare che abbiamo già incontrato nei moti rettilinei.

Il vettore che congiunge la posizione A alla posizione B prende il nome di **vettore spostamento** o semplicemente **spostamento.** E' una grandezza vettoriale che si indica con $\vec{s}$.

Dalla figura precedente si vede chiaramente che l'intensità del vettore spostamento è sempre minore o al massimo uguale allo spazio percorso tra A e B.

Come caso limite possiamo immaginare un satellite che compie un giro completo attorno alla Terra. La distanza percorsa è enorme mentre lo spostamento è nullo in quanto la posizione iniziale coincide con quella finale.

4.3 VELOCITA' VETTORIALE

Quando la traiettoria non è rettilinea ma bensì curvilinea, si dimostra che la direzione della velocità è, in ogni istante, quella della tangente alla traiettoria nella posizione occupata dal corpo (fig. 30).

E' logico allora rappresentare la velocità con un vettore $\vec{v}$ la cui intensità sia proporzionale al valore della velocità. Tale vettore $\vec{v}$ prende il nome di **velocità vettoriale**.

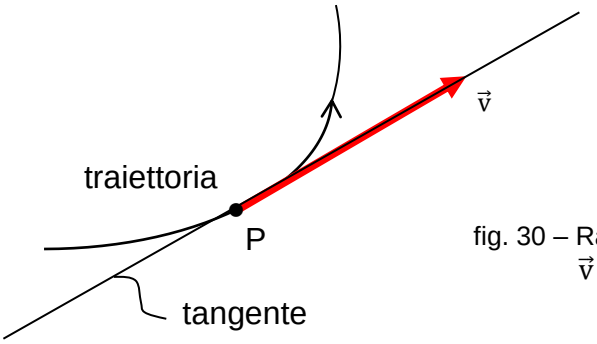


fig. 30 – Rappresentazione della velocità vettoriale $\vec{v}$ del punto quando si trova nel punto P

4.4 ACCELERAZIONE VETTORIALE

Affinché il moto di un punto sia curvilineo la forza risultante $\vec{F}$ agente sul corpo deve formare un angolo β diverso da zero con la velocità $\vec{v}$. (fig. 31) .

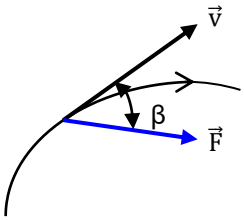


fig. 31

Sapendo che forza e accelerazione hanno la stessa direzione (secondo principio della dinamica), allora anche la direzione dell'accelerazione $\vec{a}$ forma un angolo β diverso da zero con la velocità. Tale vettore si chiama **accelerazione vettoriale**. Se scomponiamo l'accelerazione vettoriale secondo la tangente alla traiettoria e secondo la perpendicolare alla traiettoria, otteniamo l'**accelerazione tangenziale** $\vec{a}_T$e **l'accelerazione centripeta** $\vec{a}_c$. (fig. 32).

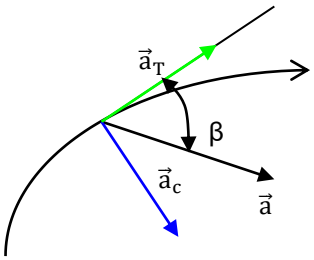


fig. 32

4.5 IL RADIANTE

Angolo piano

Due semirette aventi l'origine in comune, dividono il piano che le contiene in due parti. Ciascuna delle due parti si chiama angolo piano. Normalmente l'angolo piano si misura con il grado sessagesimale.

Ad esempio l'angolo retto misura 90° (novanta gradi sessagesimali).
Il sistema internazionale però prevede una unità di misura degli angoli piani particolare che prende il nome di **radiante** e si indica con **rad**.

Concetto di radiante

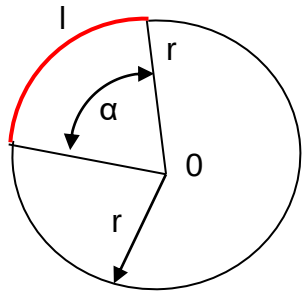


fig. 33

Consideriamo una circonferenza di raggio r (fig. 33). Consideriamo un angolo al centro della circonferenza α. Quando l'ampiezza di α è tale che l'arco l staccato sulla circonferenza misura quanto il raggio, allora l'angolo α misura 1 radiante.

Un angolo giro (360°) misura 2π (6,28) radianti, infatti l'arco è l'intera circonferenza che vale $2\pi r$ e facendo il rapporto tra l'arco e il raggio otteniamo:

$$\frac{2\pi \cancel{r}}{\cancel{r}} = 2\pi$$

Allora per trovare la misura in radianti di un qualsiasi angolo misurato in gradi sessagesimali si fa così:

$$\frac{\alpha_{rad}}{\alpha^{\circ}} = \frac{2\pi}{360°} \quad \alpha_{rad} = \frac{2\pi\alpha°}{360°}$$

Corrispondenze:

90°$\rightarrow \frac{\pi}{2} rad$

180°$\rightarrow \pi$rad

270°$\rightarrow \frac{3}{2} \pi rad$

360°$\rightarrow 2\pi$ rad

Il radiante è l'unità di misura degli angoli nel SI.

4.6 MOTO CIRCOLARE UNIFORME

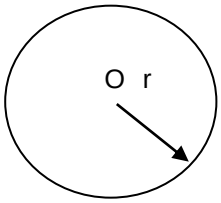
Un moto si dice **circolare uniforme** quando il punto che lo compie descrive una traiettoria circolare e percorre archi uguali in tempi uguali. Ciò significa che in qualsiasi parte della circonferenza il tempo per percorrere uno stesso spazio è sempre lo stesso.

Nel moto uniforme circolare si distinguono due tipi di velocità: a) velocità tangenziale b) velocità angolare.

4.6.1 VELOCITA' TANGENZIALE

Questa velocità è data dal rapporto tra lunghezza di un certo arco e il tempo impiegato a percorrerlo. Naturalmente se si considera un arco grande il tempo impiegato a percorrerlo sarà proporzionalmente grande. Si può allora considerare come arco l'intera circonferenza. **Il tempo che il punto impiega a percorre l'intera circonferenza si chiama periodo e si indica con T.**

Allora, siccome la lunghezza della circonferenza vale $2\pi r$, la velocità tangenziale (valore assoluto) si esprime così:



$V_t = \frac{2\pi r}{T}$ velocità tangenziale formule inverse $T = \frac{2\pi r}{V_T}$ $r = \frac{V_T\, T}{2\pi}$

Frequenza

In molti fenomeni fisici la frequenza indica il numero di eventi che accadono nell'unità di tempo (1 secondo). Ad esempio se un ragazzo compie 10 salti in un secondo esso salta con una frequenza maggiore di uno che compie 3 salti in un secondo.

Nel moto circolare uniforme la **frequenza f indica il numero di volte che il corpo percorre la circonferenza in un secondo**. L'unità di misura della frequenza sono i secondi reciproci o Hz.

$[f] = \frac{1}{s} = s^{-1} = Hz(Hertz)$

E' facile constatare che la frequenza è l'inverso del periodo: $f = \frac{1}{T}$.

Ad esempio un disco musicale in vinile a 33 giri compie 33 giri in un minuto. La frequenza di rotazione vale $f = \frac{33}{60}$ = 0,55 Hz.

Il periodo vale $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}55} = 1{,}81s$

Nella pratica viene usato anche l'RPM, ovvero il numero di giri al minuto. La frequenza è data dall'RPM diviso 60. L'RPM si calcola moltiplicando la frequenza per 60.

4.7 VELOCITA' ANGOLARE

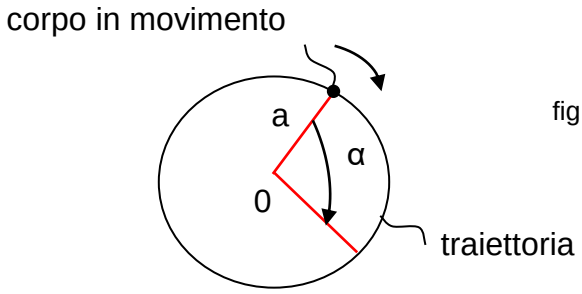


fig. 34

Consideriamo un'asta ideale **a** che collega il centro della circonferenza con il punto che si sta muovendo di moto circolare uniforme (fig. 34). Essa durante un certo tempo t spazia un angolo al centro α. Il rapporto tra l'angolo spaziato α (misurato in radianti) e l'intervallo di tempo impiegato a spaziarlo si definisce **velocità angolare $\vec{\omega}$.** Nel moto uniforme circolare tale rapporto è costante qualsiasi sia l'angolo α considerato. La velocità angolare si indica con **ω** (omega).L'unità di misura della velocità angolare è rad/s (radianti al secondo).

$\omega = \frac{\alpha(rad)}{t(s)}$ velocità angolare (valore assoluto).

La velocità angolare è una grandezza vettoriale, ma in questa sede si studia solo la sua intensità. Siccome come angolo si può prendere un angolo qualsiasi, l'angolo più semplice è quello giro che misura 2π rad , mentre il tempo impiegato a spaziarlo coincide col periodo T.

Perciò la velocità angolare diventa :

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ ovvero sapendo che $T = \frac{1}{f}$ $\omega = 2\pi f$

Ora siccome $v_T = \frac{2\pi r}{T}$ e $\omega = \frac{2\pi}{T}$ si ottiene che $v_T = \omega r$ e $\omega = \frac{v_T}{r}$

Dalla formula della velocità tangenziale si vede che la sua intensità è proporzionale al raggio r, cioè alla distanza tra il centro della circonferenza e il punto in movimento.

Se abbiamo un disco che si muove di moto circolare uniforme, alcuni suoi punti sono più vicini al centro, altri più lontani. I punti più lontani avranno maggiore velocità tangenziale, mentre quelli più vicini avranno velocità tangenziale più bassa. Se facciamo una rappresentazione vettoriale delle velocità tangenziali di alcuni punti allineati P, P' e P'' di un disco che si muove di moto circolare uniforme otteniamo la figura 35.

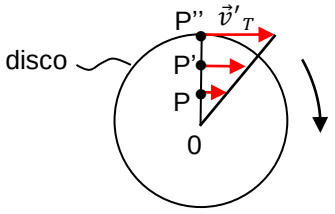


fig. 35 – Rappresentazione delle velocità tangenziali di 3 punti P, P' e P'' di un disco che ruota attorno ad un asse passante per 0 con moto circolare uniforme

La velocità angolare, viceversa, essendo indipendente dal raggio, è uguale per tutti i punti del disco.

Per lo stesso motivo, l'assale su cui sono montate le ruote di un'automobile, è diviso in due parti dal differenziale permettendo così in curva alla ruota esterna di avere un velocità tangenziale maggiore di quella interna. Se non ci fosse il differenziale la ruota esterna striscerebbe oltre che ruotare.

4.8 L'ACCELERAZIONE CENTRIPETA

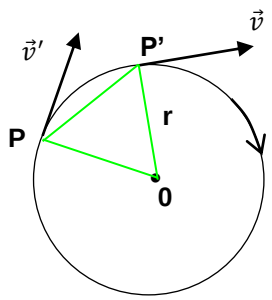


fig. 36 – Rappresentazione dei vettori velocità tangenziale del punto materiale nelle posizioni P e P' che si muove di moto circolare uniforme descrivendo una circonferenza

Nel moto circolare uniforme la velocità tangenziale è costante come intensità, ma varia continuamente in direzione (fig. 36). Allora quando il corpo passa dalla posizione P alla posizione P' la velocità tangenziale ha subito la variazione $\Delta\vec{v}$. Ricordando l'originaria definizione di accelerazione $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta_t}$, ove Δt è un intervallo di tempo "tendente" a zero, nel nostro caso abbiamo una variazione di velocità $\Delta\vec{v}$ perché il vettore $\vec{v}$ varia continuamente la sua direzione.

Ora la $\Delta\vec{v}$ (variazione di velocità) la calcoliamo come differenza tra velocità in P' e velocità in P, cioè: $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}$. La differenza tra due vettori la possiamo trasformare in una somma: $\vec{v}$ + $(-\vec{v})$. (fig. 37).

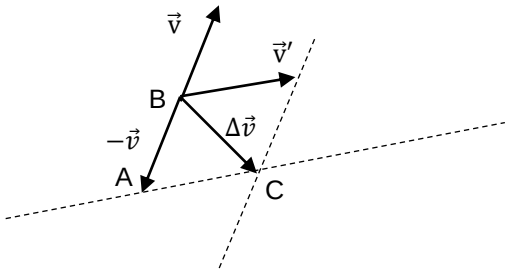


fig. 36

Per costruzione i triangoli PP'O e ABC sono simili per cui:

$\frac{BC}{PP'} = \frac{v}{r}$ da cui BC= $\frac{vPP'}{r}$ ed anche BC= $\frac{vvt}{r} = \frac{v^2}{r}t$

Ma BC=Δv per cui Δv= $\frac{v^2}{r}t$ ovvero $\frac{\Delta v}{t} = \frac{v^2}{r}$ e infine $a_c = \frac{v^2}{r}$

$a_c = \frac{v_T^{\ 2}}{r}$ accelerazione centripeta

In definitiva nel moto circolare c'è accelerazione perché la velocità tangenziale varia istante dopo istante la sua direzione pur rimanendo costante la sua intensità.

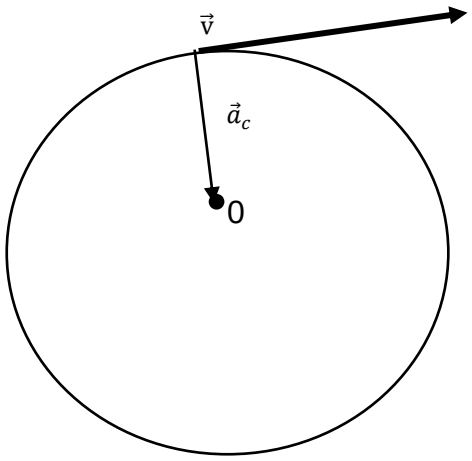
Tale accelerazione, costante in intensità, e diretta sempre verso il centro della circonferenza formante un angolo retto con il vettore velocità tangenziale, viene detta **accelerazione centripeta** e indicata con $\vec{a}_c$.

Ricordando che $v=\omega r$ $v^2=\omega^2 r^2$ per cui $a_c = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$

$a_c = \omega^2 r$ accelerazione centripeta

L'accelerazione centripeta risulta direttamente proporzionale al quadrato della velocità e inversamente proporzionale al raggio.

In ultima analisi l'accelerazione centripeta misura la rapidità con la quale, all'istante considerato, il vettore velocità viene incrementato trasversalmente: la rapidità quindi con la quale il vettore velocità sta variando per effetto di un cambiamento di direzione.



4.9 COMPOSIZIONE DEI MOTI

In generale, considerando un corpo che si trovi soggetto contemporaneamente a due o più moti, si dice che esso possiede un moto composto risultante dalla composizione dei moti componenti.

4.10 PRINCIPIO DI INDIPENDENZA DEI MOTI O PRINCIPIO DI GALILEI

Un punto soggetto contemporaneamente a due o più moti si trova in ogni istante in quel punto dello spazio e in quello stato di moto in cui verrebbe a trovarsi se durante lo stesso tempo avesse compiuto successivamente i movimenti cui è soggetto.

Questo principio, scoperto da Galileo Galilei si può usare per spiegare il moto dei proiettili supponendo assente l'attrito viscoso dell'aria.

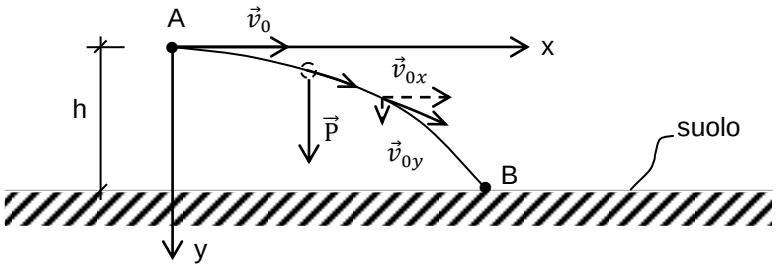


fig. 38

Nella figura 38 è rappresenta la traiettoria di un punto che parte con velocità iniziale $\vec{v}_0$ da una altezza h rispetto al suolo. Il moto complessivo può essere scomposto in due moti più semplici ed indipendenti.

Il primo si svolge secondo l'asse x ed è un moto uniforme rettilineo perché in tale direzione non vi sono forze e quindi non vi è accelerazione. Il secondo si svolge secondo l'asse y ed è un moto uniformemente vario con velocità iniziale nulla e velocità crescente perché in tale direzione vi è la forza peso che fa nascere sul punto l'accelerazione g.

In qualsiasi istante la velocità del punto presenta una componente orizzontale $\vec{v}_{0x}$ e una verticale $\vec{v}_{0y}$. Quella orizzontale rimane costante mentre quella verticale aumenta al passare del tempo.

moto lungo x $V_{0x} = v_0$ x= $v_{0x}t$ (B)

moto lungo y $V_{0y} = gt$ y= $\frac{1}{2}gt^2$ (D)

ricavando t dalla (B) si ha:

$t = \frac{x}{v_{0x}}$ e sostituendolo nella (D) si ottiene:

$$y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2 \quad y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_{0x}} \quad \text{(E)}$$

L'equazione (E) l'equazione di una parabola ovvero la traiettoria del moto in questione.

5.1 LA DINAMICA

La dinamica è quella parte della meccanica che studia le cause che influiscono sul movimento dei corpi. Un contributo notevole alla comprensione delle leggi della dinamica è stato dato da Galileo Galilei e dal fisico e matematico Isaac Newton (1642-1727). E' curioso il fatto che Newton sia nato lo stesso anno in cui moriva Galileo. Newton ha proseguito il lavoro di Galileo ed ha divulgato delle importanti leggi già scoperte da Galileo.

Nel 1703 fu eletto presidente della *Royal Society.* Gli scritti più importanti da lui composti sono *Principia* e *Optiks.*

5.2 PRIMA LEGGE DELLA DINAMICA

Aristotele, un grande filosofo greco vissuto nel IV Secolo avanti Cristo, faceva questo tipo di ragionamento: un carro tirato da 4 cavalli è più veloce di uno uguale ma tirato da due cavalli e di conseguenza la velocità è legata alla forza esercitata sul carro.

Galilei faceva quest'altro tipo di ragionamento. Supponiamo una strada diritta e piana. Un uomo spinge un carrello e poi lo lascia. Il carrello percorre un certo tratto di strada prima di fermarsi. Per far in modo che percorra più strada bisogna ungere le ruote lisciare la strada. Bisogna cioè ridurre le resistenze, gli attriti.

Se la strada fosse perfettamente liscia, le ruote perfettamente lubrificate e non ci fosse aria, il carrello non si arresterebbe più. In conclusione un corpo né spinto né tirato, si muove sempre con la stessa velocità e lungo una linea retta. Pertanto la velocità non è legata alle forze che agiscono sul carrello. Immaginiamo ora che il carrello in moto uniforme riceva una spinta nella stessa direzione del moto. Che cosa accadrà? E' ovvio che la velocità del carrello dovrà aumentare. Ed è altrettanto ovvio che una spinta in direzione esattamente opposta a quella del moto avrà per effetto una diminuzione della velocità. Pertanto non è la velocità, bensì la variazione della velocità (accelerazione) che è la conseguenza dello spingere o del tirare.

Enunciato della **prima legge della dinamica** (pubblicata da Newton nel 1686).

Un corpo rimane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, finché non interviene una forza che modifica tale stato.

Ciò vuol dire che un corpo si oppone a qualsiasi variazione di moto; in altri termini si dice che possiede un'inerzia. Un corpo in quiete è allora sottoposto ad un certo numero di forze la cui somma vettoriale è nulla. Analogamente un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme o non è soggetto a forze o è soggetto a forze la cui somma vettoriale è nulla. Inoltre se un corpo si muove in modo diverso dal moto rettilineo uniforme significa che su di esso agiscono forze la cui somma vettoriale non è nulla.

5.3 SECONDA LEGGE DELLA DINAMICA

Questa legge è di estrema importanza perché permette di risolvere una grande quantità di problemi di meccanica.

Enunciato della **seconda legge della dinamica.**

Un punto materiale dotato di massa m soggetto ad una serie di forze la cui somma vettoriale non è nulla acquista una accelerazione $\vec{a}$. L'intensità di tale accelerazione è direttamente proporzionale al valore della somma vettoriale delle forze ed inversamente proporzionale alla massa del punto materiale. La direzione della accelerazione è la stessa del vettore somma delle forze applicate al punto materiale.

$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ oppure $\vec{F} = m\vec{a}$ seconda legge della dinamica

Se applichiamo la seconda legge della dinamica ad un corpo rigido o ad un sistema di punti materiali, l'accelerazione $\vec{a}$ è quella del centro di massa CM e la forza $\vec{F}$ è la somma vettoriale di tutte le forze (comprese le reazioni vincolari) agenti sul corpo rigido o sul sistema di punti materiali.

$\vec{F} = m\vec{a}$ seconda legge della dinamica

Un corpo con una grande massa soggetto a forze modifica di poco la sua velocità. Viceversa un corpo con una piccola massa soggetto a forze modifica molto la sua velocità.

N.B. La forza che compare al primo membro deve essere intesa come risultante di tutte le forze che agiscono sul corpo.

Quindi se su di un corpo agiscono 10 forze, prima di applicare la precedente legge occorre fare la somma vettoriale. L'accelerazione è quella acquistata da tutti i punti di un corpo rigido se esso si muove di moto traslatorio, altrimenti è quella del centro di massa CM. Si può esplicitare l'accelerazione della seconda legge della dinamica:

$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Si vede che una stessa forza genera su corpi diversi accelerazioni diverse; accelerazioni più elevate su corpi con masse più piccole e viceversa. Si può dire che la massa di un corpo rappresenta l'inerzia ovvero la resistenza che il corpo offre al cambiamento di velocità. E' molto più faticoso cambiare la velocità di un grosso camion rispetto ad una moto.

<u>Esempio applicativo</u>

Un uomo di massa m= 90Kg si trova in un ascensore.

Determinare la forza esercitata dall'uomo sul pavimento quando:

a) l'ascensore sale con velocità costante;
b) l'ascensore scende con velocità costante;
c) l'ascensore accelera verso l'alto con $\vec{a} = \frac{m}{s^2}$ (fig. 39);
d) l'ascensore accelera verso il basso con $\vec{a} = 3\frac{m}{s^2}$ (fig. 40);
e) il cavo si spezza e l'ascensore cade liberamente.

c) Per poter applicare la seconda legge dinamica, essendo una equazione vettoriale, occorre fissare la direzione positiva per le forze e per la accelerazione.

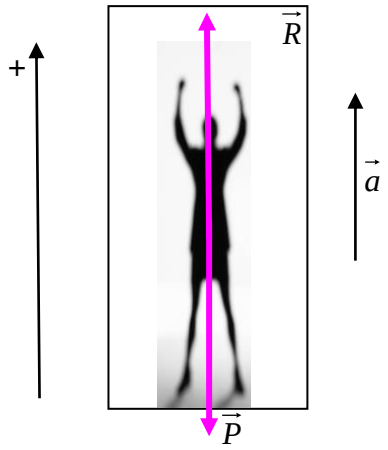


fig. 39

$\vec{P}$ è il peso dell'uomo, mentre $\vec{R}$ è la forza che l'ascensore applica all'uomo ovvero uguale e contraria alla forza esercitata dall'uomo sul pavimento.

$\vec{P} = m\vec{g}$ $\vec{P}$ = 90x9.8 $\vec{P}$ = 882N

$\vec{F} = m\vec{a}$ R-P= ma R= ma+P R= 90x3+882

R= 1152N

d)

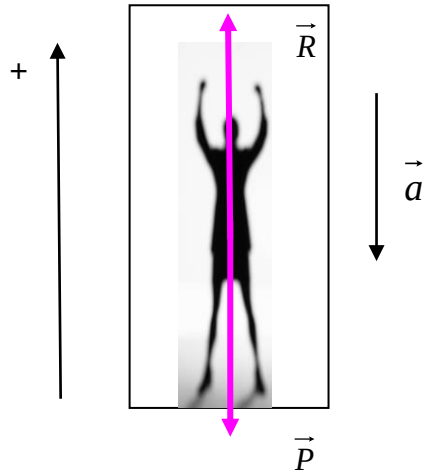


fig. 40

P= 882N

$\vec{F} = m\vec{a}$ R-P= -ma R= -ma+P

R= -90x3+882 R= 612N

e) Se il cavo si spezza l'accelerazione a aumenta continuamente: ad un certo istante ma sarà pari a 882N, per cui R= 0 ossia l'uomo non esercita nessuna forza sul pavimento.

a) e b) R-P= 0 R= 882N

5.4 QUANTITA' DI MOTO

Si definisce **quantità di moto** $\vec{q}$ di un corpo in moto il prodotto della massa **m** per la sua velocità $\vec{v}_{CM}$ del centro di massa CM (fig. 41). Si può infatti immaginare che tutta la massa del corpo sia concentrata nel centro di massa CM. Ad esempio, se una sfera omogenea ruota attorno al suo centro, la quantità di moto è zero, visto che il centro di massa CM, trovandosi nel centro della sfera, ha velocità nulla.

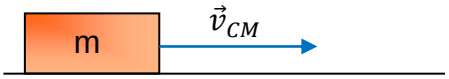


fig. 41

$$\boxed{\vec{q} = m\vec{v}_{CM}}$$

La quantità di moto $\vec{q}$ è una grandezza vettoriale con la stessa direzione della velocità $\vec{v}_{CM}$. La sua unità di misura nel SI è il kgm/s (chilogrammetro al secondo) .

5.5 FORZE INTERNE E FORZE ESTERNE

Tutte le forze che esistono in natura possono essere classificate come forze interne o forze esterne. Dato un certo sistema di corpi, una forza è **interna** al sistema se essa viene autogenerata dal sistema stesso. Viceversa se è generata dall'ambiente che circonda il sistema di corpi essa si dice **forza esterna.**

Per esempio quando un petardo scoppia i suoi frammenti sono scagliati in tutte le direzioni a grande velocità. Le forze che spingono i frammenti nello spazio sono forze che si sono autogenerate all'interno del petardo, perciò sono forze interne.

Pensando sempre allo stesso esempio, le forze di attrito viscoso che i frammenti incontrano nel loro moto, sono generate dall'ambiente esterno al petardo: sono generate dall'aria. Perciò le forze di attrito sono **forze esterne**.

5.6 QUANTITÀ DI MOTO TOTALE DI UN SISTEMA DI CORPI

Se un sistema è formato da n corpi ciascuno in moto e quindi dotato di quantità di moto, la quantità di moto totale del sistema è data dalla somma vettoriale delle singole quantità di moto possedute dagli n corpi. Come caso particolare abbiamo il caso che la quantità di moto totale sia nulla pur non essendo nulle le n quantità di moto dei corpi che formano il sistema.

5.7 PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITA' DI MOTO

Enunciato. Se su un sistema di corpi agiscono solo forze interne, ovvero forze che provengono da corpi che appartengono al sistema, allora la quantità di moto totale del sistema **rimane costante nel tempo**. Ciò che può variare è la quantità di moto del singolo corpo.

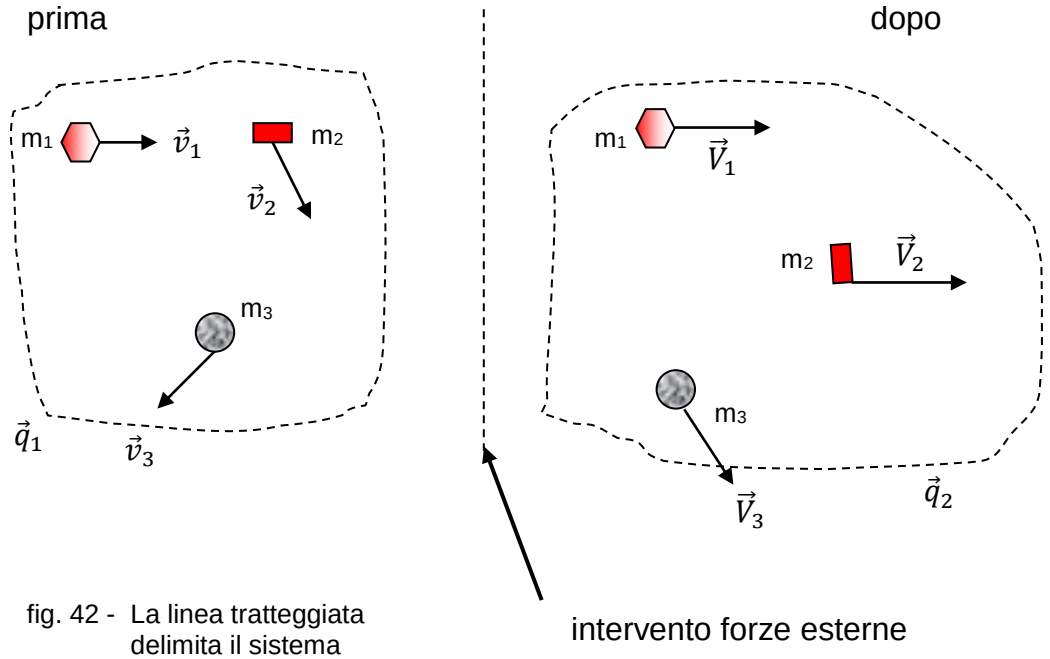


fig. 42 - La linea tratteggiata delimita il sistema formato dalle masse m_1, m_2 e m_3

Cerchiamo di chiarire il principio nel caso di un sistema formato da tre corpi. Il sistema di corpi è formato da tre corpi di massa m_1 m_2 e m_3 , che prima dell'intervento delle forze interne hanno velocità $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ rispettivamente. Successivamente all'intervento delle forze interne le masse acquistano velocità $\vec{V}_1, \vec{V}_2$ e $\vec{V}_3$ rispettivamente. Indichiamo con q_1 la quantità di moto totale del sistema prima dell'intervento delle forze interne e con q_2 la quantità di moto totale del sistema dopo l'intervento delle forze interne.

$\vec{q}_1 = m_1 \vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3$

$\vec{q}_2 = m_1 \vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + m_3\vec{V}_3$

allora in base all'enunciato abbiamo:

$\vec{q}_1 = \vec{q}_2$ ovvero:

$\mathbf{m_1 \vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + m_3 \vec{V}_3}$

E' da notare che l'equazione precedente è vettoriale per cui prima di fare i calcoli bisogna dare il segno giusto alle velocità in base ad un sistema di riferimento prefissato.

5.8 TERZA LEGGE DELLA DINAMICA

Consideriamo due dischi che interagiscono. Per il principio di conservazione delle quantità di moto:

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$

$m_1(v_1 - v'_1) = -m_2(v_2 - v'_2)$

dividendo per t:

$$m_1 \frac{v_1 - v_1'}{t} = -m_2 \frac{v_2 - v'_2}{t}$$

se indichiamo con $a_1 = \frac{v_1 - v'_1}{t}$ e $a_2 = \frac{v_2 - v'_2}{t}$

otteniamo:

$m_1a_1 = -m_2a_2$

Dalla seconda legge del moto sappiamo che:

F= ma per cui:

$F_1 = m_1 a_1$ $F_2 = m_2 a_2$

$F_1 = -F_2$

L'equazione precedente rappresenta la terza legge della dinamica.

Enunciato della **terza legge della dinamica.**

Se un corpo A esercita una forza $\vec{F}$ anche a distanza, su un corpo B, allora il corpo B esercita sul corpo A una forza $-\vec{F}$ della stessa intensità ma di direzione opposta. Inoltre le due forze giacciono sulla medesima retta ad eccezione di alcuni casi particolari. La legge vale anche se il sistema formato di corpi A e B <u>non</u> è isolato.

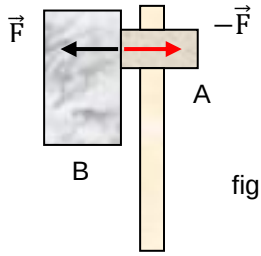


fig. 43

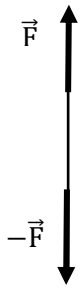
La legge parla di **due** forze **diverse**, agente ognuna su un corpo diverso. Nell'esempio di figura il martello imprime una forza $\vec{F}$, al blocco di marmo e quest'ultimo applica al martello una forza $-\vec{F}$ di pari intensità ma di direzione opposta.

La terza legge della dinamica, chiamata anche principio di azione e reazione, non vale sempre ma solo quando non vi sono effetti relativistici. Per esempio non vale nel caso di forze magnetiche tra due particelle cariche in movimento.

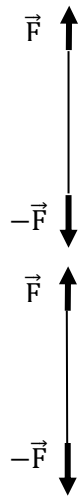
Le funi

Tensione in una fune.

Supponiamo di avere una fune soggetta a due forze di pari intensità agenti ai suoi capi.



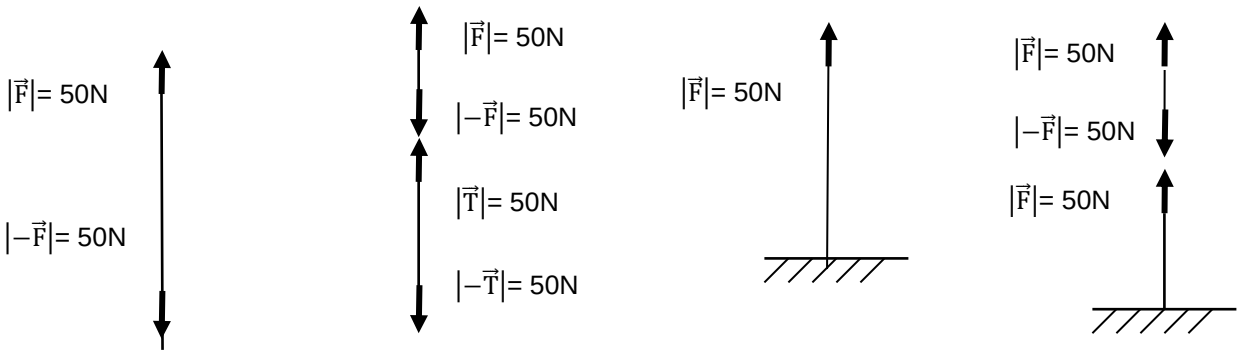
Immaginiamo ora di tagliare la corda. Affinché i due pezzi di corda rimangano in equilibrio occorre che nella sezione di taglio agiscano le due forze interne F della medesima intensità e di direzione opposta nel rispetto della III^ legge della dinamica.



L'intensità della forza che agisce su ciascun tronco di corda si definiscono tensione e si indica con $\vec{T}$.

Esempio

Una fune di massa trascurabile è tesa agli estremi con due forze uguali ed opposte di intensità pari a 50 N, mentre una seconda fune, con un estremo fissato al pavimento, è tirata con una forza di 50N. Quanto vale la tensione nelle due corde?



Si vede chiaramente che in entrambi i casi la tensione è pari a 50 N.

5.9 PESO SPECIFICO

Il peso specifico di una sostanza è una grandezza fisica data dal rapporto tra il peso P del corpo e il suo volume V.

$\gamma = \frac{P}{V}$ $[\gamma] = \frac{N}{m^3}$

SOSTANZA	γ
Acqua	9800 N/m^3
Olio	7840 N/m^3
Aria	12 N/m^3
Mercurio	133182 N/m^3
Argilla	20000 N/m^3
Sabbia	21000 N/m^3
Ghiaia	20000 N/m^3
Acciaio	78400 N/m^3
Alluminio	25480 N/m^3
Piombo	110740 N/m^3
Abete	5880 N/m^3
Quercia	7840 N/m^3
Rame	87416 N/m^3

5.10 MASSA SPECIFICA

Dato un corpo di massa m e volume V, si definisce massa specifica e si indica con δ (delta) la grandezza risultante dal rapporto tra la massa e il volume.

$\delta = \frac{m}{V}$ l'unita di misura della massa specifica o densità è $[\delta]$=kg/m^3

Ora ricordando che P=mg si ha: $\gamma = \frac{P}{V} = \frac{m}{V} g = \delta g$ in definitiva $\gamma = \delta g$

5.11 MASSA INERZIALE E MASSA GRAVITAZIONALE

Massa gravitazionale:

massa che determina l'attrazione della terra sul corpo.

Massa inerziale:
massa che fa si che un corpo si opponga al moto.

Perché nel vuoto una piuma e un martello cadono con la stessa velocità?
Perché la massa inerziale è uguale a quella gravitazionale (Galilei).

Supponiamo che la massa inerziale non sia uguale a quella gravitazionale una pietra che avesse 0 massa gravitazionale e 1000Kg di massa inerziale non cadrebbe verso la terra. Se una pietra avesse 0 massa inerziale e 1Kg di massa gravitazionale, essa cadrebbe nel vuoto. Si vede da ciò che la massa gravitazionale deve essere uguale a quella inerziale.

Allora una piuma ha bassa massa gravitazionale per cui è poco attratta dalla terra, ma ha anche bassa massa inerziale per cui si oppone poco al moto. Un martello ha elevata massa gravitazionale per cui è fortemente attratto dalla terra, ma avendo grande massa inerziale si oppone fortemente al moto.

5.12 FORZA CENTRIPETA E CENTRIFUGA

Supponiamo che una massa m ruoti di moto circolare uniforme con velocità tangenziale $\vec{v}$ e descriva una circonferenza di raggio r. Sappiamo dalla cinematica che $a_c = \frac{v^2}{r}$.

In base alla seconda legge della dinamica sulla massa m agisce la forza $\vec{F}_c = m\vec{a}_c$ o $\vec{F}_c = \frac{mv^2}{r}$. La forza $\vec{F}_c$ si chiama **forza centripeta** ed è diretta come l'accelerazione centripeta e cioè verso il centro della circonferenza (fig. 44).

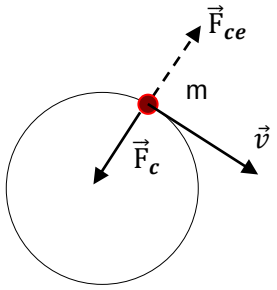
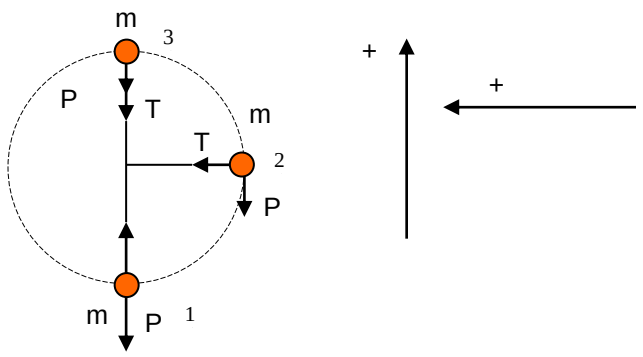


fig. 44 – Rappresentazione della forza centripeta $\vec{F}_c$ e della forza centrifuga $\vec{F}_{ce}$ che agiscono su una massa m

Ora in base al terzo principio della dinamica esiste una forza uguale e contraria a $\vec{F}_c$. Tale forza è chiamata **forza centrifuga** e si indica con $\vec{F}_{ce}$. Quando ad esempio si vuole che un sasso attaccato ad un filo si muova di moto uniforme circolare, bisogna tirare con la mano il filo. Si applica al sasso, tramite il filo, la forza centripeta. Viceversa si sente nella mano una trazione: è la forza centrifuga esercitata dal sasso sul filo.

Esempio

Un corpo di massa m=1kg legato ad una fune viene fatto ruotare di moto circolare uniforme su un piano verticale con una circonferenza di raggio R=1m e con velocità tangenziale $\vec{v}_1$=10m/s. Calcolare la tensione nella fune nelle posizioni 1,2 e 3.



$\vec{P}_1 = m\vec{g}$ $\vec{P}_1$ = 1x10=10N $a_c = \frac{V^2{}_T}{R} = \frac{10^2}{1} = 100\,\frac{m}{s^2}$

Posizione 1

Applichiamo la 2° legge della dinamica lungo la direzione verticale

$T-p=ma_c$ da cui $T=ma_c+p=1x100+10=110$ N

Posizione 2

Applichiamo la 2° legge della dinamica lungo la direzione orizzontale

$T=ma_c$ T=1x100=100N

Posizione 3

Applichiamo la 2° legge della dinamica lungo la direzione verticale

$-T-p=-ma_c$ $T=ma_c-p$ T=1x100-10=90N

IL PENDOLO

Il pendolo ideale è costituito da una massa puntiforme **m** sospesa ad un punto fisso **0** mediante un filo flessibile inestensibile, di massa nulla e di lunghezza **l** (fig. 45).
Le oscillazioni avvengono nel vuoto e quindi l'attrito viscoso è assente.

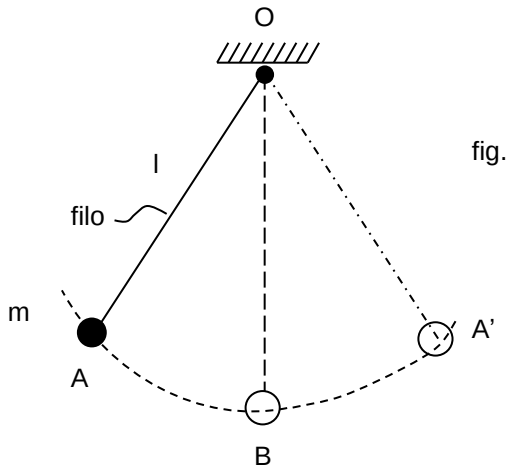
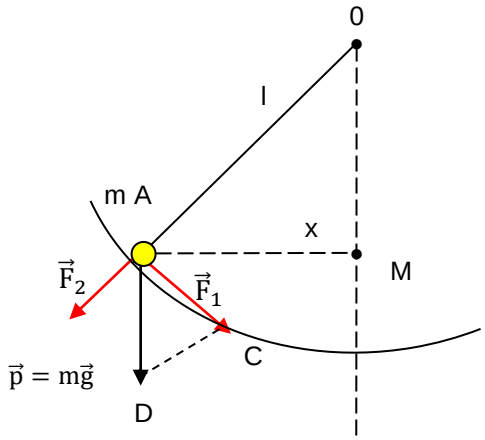


fig. 45

Il pendolo parte da A e comincia ad oscillare, andando fino ad A' e tornando indietro. Chiamiamo **<u>periodo</u>** del pendolo il tempo T che separa due passaggi successivi nello stesso senso per la posizione di equilibrio B.
Si dice oscillazione completa il movimento compiuto dal pendolo in un periodo. Si chiama frequenza e si indica con **f** l'inverso del periodo, ovvero il numero di oscillazioni compiute dal pendolo in un periodo.

f= $\frac{1}{T}$ frequenza del pendolo.

Dinamica del pendolo: La $\vec{F}_2$ è equilibrata dalla tensione sul filo.



Triangoli simili:

ACD e OAM

perché due angoli di 90°

e $D\hat{A} = O\hat{A}M$

Allora si ha che:

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AM}{AO} \quad \frac{F_i}{P} = \frac{x}{l}$$

$$F = P\frac{x}{l}$$

Dove x rappresenta lo spostamento della massa pendolare avendo supposto le oscillazioni molto piccole. Per questioni di moto armonico si ottiene:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad \text{A}$$

La A è una formula approssimata per il calcolo del periodo di oscillazione. Essa vale per piccole oscillazioni. Se l'ampiezza angolare delle oscillazioni è di 23° l'errore che si connette applicando la formula A è l'1% del valore esatto.

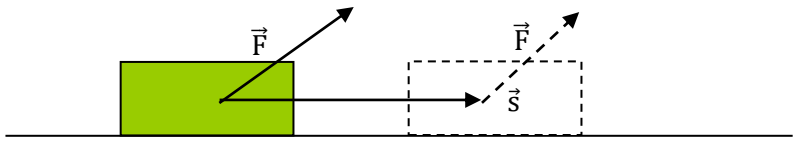
6.1 LAVORO

Il lavoro di una forza è ciò che produce variazioni dell'energia cinetica del corpo su cui la forza agisce. Il concetto di energia cinetica è spiegato a pag. 94.

Per poter definire la grandezza fisica **lavoro** ci devono essere tre condizioni:

- un corpo;
- una forza agente sul corpo;
- uno spostamento effettuato dal corpo.

Supponiamo allora che un corpo sia soggetto ad una forza $\vec{F}$ costante in direzione e intensità e che esso per una causa qualsiasi (forza), anche indipendente dalla forza $\vec{F}$, effettui uno spostamento $\vec{s}$.



Il lavoro L compiuto dalla forza sul corpo durante lo spostamento $\vec{s}$, può essere calcolato in due modi:

a) L=F's
b) L=Fs'

Nel caso a) il lavoro si calcola come prodotto tra la componente $\vec{F}$ della forza $\vec{F}$ rispetto alla direzione dello spostamento e lo spostamento. Nel caso b) il lavoro si calcola come prodotto tra la componente dello spostamento s' rispetto alla direzione della forza e la forza stessa.

L'unità di misura del lavoro, che è una grandezza scalare, è il Joule (J).

In fig. 46 sono indicati graficamente i due modi per calcolare il lavoro L.

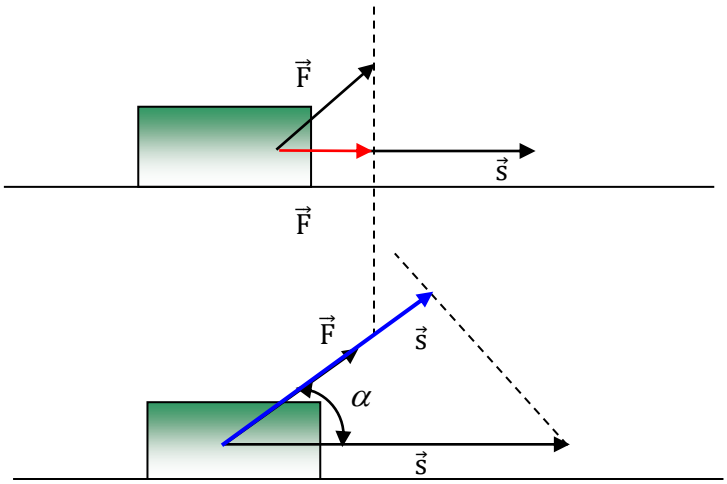


fig. 46

Se indichiamo con α l'angolo compreso tra la forza e lo spostamento, il lavoro è per definizione positivo se $0° \leq \alpha < 90°$, è negativo se $90° < \alpha \leq 180°$ ed è nullo se $\alpha = 90°$ o $\alpha = 270$. **E' importante avere ben presente che è una forza che compie lavoro e non un corpo.**

6.2 POTENZA

Un certo lavoro L può essere fatto in un intervallo di tempo lungo piuttosto che breve. La **potenza P** è definita come **il rapporto tra il lavoro compiuto da una certa forza e l'intervallo di tempo Δt necessario a compierlo**, ovvero:

$$P = \frac{L}{\Delta t}$$ legge fisica della potenza

Si può anche dire che la potenza è la velocità con cui viene compiuto un certo lavoro. Dall'analisi dimensionale della legge fisica della potenza si vede che la sua unità di misura è $\frac{J}{s}$. Tale rapporto è stato chiamato watt (W).

Quindi l'unità di misura della potenza nel SI è il watt (W).
Sono purtroppo in uso nella pratica altre unità di misura della potenza : il cavallo-vapore (CV), il cavallo inglese (HP) e la chilocaloriaora (kcal/h). I fattori di conversione sono i seguenti:

1CV $\cong$ 735 W

1HP $\cong$ 745 W

$\frac{1kcal}{h} =$ 1,163 W

Potenza motore Diesel più grosso al mondo RTA 96-C per navi portacontainer P= 8 GW (Cilindrata 1.820.000 cc). Potenza Giulietta Diesel 1600 turbo P= 77 KW.

Applicazione

Con la formula $\frac{Mn}{9{,}550}$ si può calcolare la potenza di una automobile in corrispondenza di un certo numero di giri del motore.

M rappresenta la coppia ed n il numero di giri del motore. Ad esempio l'Alfa Romeo 156 1.9. JTD a 2000 giri/min sviluppa una coppia M= 255 N•m per cui la potenza corrispondente vale

P= $\frac{Mn}{9{,}55} = \frac{255x2000}{9{,}55} = 53403W \cong 53kW$

6.3 IMPULSO E TEOREMA DELL'IMPULSO

L'impulso I di una forza è dato dal prodotto della forza $\vec{F}$ per il tempo di applicazione Δt della forza stessa al corpo. L'unità dell'impulso I nel SI è N•s.

$I = F\Delta t$ legge fisica dell' impulso

Teorema dell'impulso

L'impulso di una forza che agisce per un tempo Δt su un corpo di massa m è uguale alla variazione di quantità di moto subita dal corpo, nello stesso intervallo di tempo: $I = \Delta q$ ovvero $\vec{F}\Delta_t = \Delta m\vec{v}$

Dimostrazione:

$I = F\Delta t$
In base alla seconda legge della dinamica F=ma moltiplicando entrambi i membri per **Δt** si può scrivere:

$F\Delta t = ma\Delta t$ e sapendo che $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$F\Delta t = m\frac{\Delta v}{\Delta t}\Delta t$ e semplificando Δt al secondo membro

$F\Delta t = m\Delta v$ ovvero

$I = \Delta q$ teorema dell'impulso Δq= variazione della quantità di moto

6.4 FORZE POSIZIONALI

Le forze posizionali sono tutte quelle forze che dipendono solo dalla posizione del corpo K. Ad esempio la forza gravitazionale.

6.5 FORZE CONSERVATIVE

Le <u>forze conservative</u> sono quelle forze per le quali il lavoro fatto su corpo non dipende dal percorso fatto da quest'ultimo per andare da una posizione iniziale ad una finale. Per esse si può definire univocamente una energia potenziale, il loro lavoro conserva il valore dell'energia del corpo K su cui agiscono: quello che il corpo K perde (o guadagna) come energia cinetica, lo guadagna (o perde) come energia potenziale.
Tutte le forze che non sono conservative si dicono <u>non conservative</u>. Gli attriti sono esempi tipici di forze non conservative.

6.6 ENERGIA

L'energia è una grandezza fisica strettamente legata al concetto di lavoro. L'energia è ciò che permette la vita sulla Terra e lo sviluppo dei processi nell'Universo. Senza energia non ci sarebbe vita, non ci sarebbero l'alba e il tramonto, le piante non potrebbero crescere, gli animali non potrebbero spostarsi ecc…

Nel senso comune sembra che in natura esistano molti tipi di energia: energia termica, energia eolica, energia geotermica, energia chimica, energia nucleare, ecc…

In realtà esistono solo due tipi di energia; energia potenziale ed energia cinetica. Molto banalmente si può affermare che un corpo possiede energia potenziale per il solo fatto che occupa una certa posizione nello spazio. Se il corpo è anche in movimento allora possiede anche energia cinetica. Siccome sia la posizione che la velocità sono concetti relativi, si può concludere che anche l'energia potenziale e l'energia cinetica sono grandezze relative, ovvero che dipendono dal sistema di riferimento scelto.

6.7 ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

Dato un corpo K e un piano di riferimento (P.R) arbitrario, l'energia potenziale del corpo K è il lavoro eventuale delle forze conservative, e precisamente, è il lavoro che le forze conservative applicate al corpo K compirebbero qualora, per una qualsivoglia ragione, il corpo K cambiasse posizione, portandosi nel piano di riferimento. Il piano di riferimento è un piano ideale orizzontale scelto a piacere. L'intersezione del piano di riferimento con un piano verticale è una retta chiamata linea di riferimento (L.R.).

L'energia potenziale è una grandezza scalare, si indica con E_p e si misura in Joule (J). Definizione errata: "L'energia potenziale di un corpo è il lavoro che il corpo può compiere grazie alla sua posizione". Critica: non c'è nessuna relazione tra gli spostamenti del corpo K con le forze che K esercita su altri corpi e quindi con il lavoro che esso può compiere. Infatti il corpo K potrebbe esercitare forze su corpi in quiete e quindi non produrre lavoro.

ESEMPI

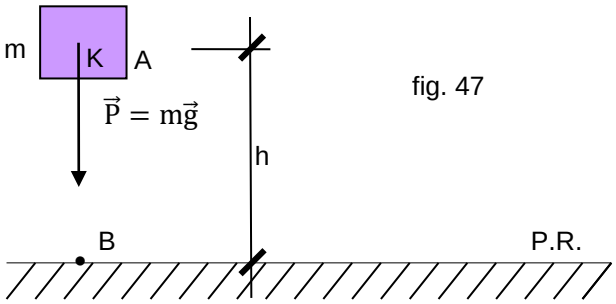
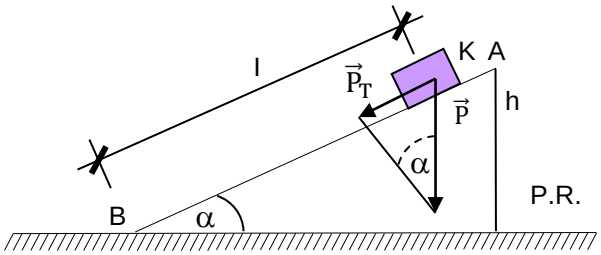


fig. 47

a) Se il corpo K di figura 47 andasse da A a B (punto sul piano di riferimento) la forza conservativa $\vec{P} = m\vec{g}$ compirebbe il lavoro L= mgh per cui l'energia potenziale è:

E_p=mgh energia potenziale.



mg= P

fig. 48

b) Se il corpo K andasse da A a B (punto sul piano di riferimento) la forza conservativa $\vec{P}_T$ compirebbe il lavoro

L= P_Tl ma P_T= P$\frac{h}{l}$ ovvero P_T= mg$\frac{h}{l}$ per cui

L= mg $\frac{h}{\cancel{l}_1}\cancel{l}^1$ e L= mgh → E_p= mgh

6.8 ENERGIA CINETICA DI UN CORPO CHE SI MUOVE DI MOTO TRASLATORIO

Supponiamo che un corpo di massa **m** (fig. 49) si stia muovendo di moto traslatorio. Siccome tutti i punti hanno la stessa velocità si può considerare la velocità del centro di massa $\vec{v}_{CM}$ e supporre che tutta la massa sia concentrata in quel punto.

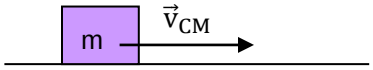


fig. 49

Per arrestarlo in un certo intervallo di tempo t, bisogna applicare una forza costante $\vec{F}$. Il moto diventa vario con velocità decrescente e con $\frac{\vec{F}}{m}$. Nel tempo t il corpo si arresta.

Calcoliamo t: $v=v_{CM}-at$ $0=v_{CM}-at$ $t=\frac{v_{CM}}{a}$.

Lo spazio percorso in tale tempo vale:

$$s=v_{CM}t-\frac{1}{2}at^2=v_{CM}\frac{v_{CM}}{a}-\frac{1}{2}a\frac{(v_{CM})^2}{a^2}=\frac{(v_{CM})^2}{a}-\frac{1}{2}\frac{(v_{CM})^2}{a}=\frac{1}{2}\frac{(v_{CM})^2}{a}$$

$$L=F's=Fs=\cancel{a}^{1}m\frac{(v_{CM})^2}{2\cancel{a}_{1}}$$

Il lavoro fatto dalla forza F vale:

$$L=\frac{1}{2}m(v_{CM})^2$$

Per definizione l'energia cinetica posseduta da un corpo in moto è uguale al lavoro che una forza deve compiere nel corpo per fermarlo.

L'energia cinetica è una grandezza scalare, si indica con E_c e si misura in Joule (J).

$E_c=\frac{1}{2}mv^2_{CM}$ Energia cinetica di un corpo che si muove di moto traslatorio

Dalla legge si nota come l'intensità dell'energia cresca con il quadrato della velocità. Quindi la velocità influisce più della massa sul valore dell'energia cinetica.

6.9 ENERGIA CINETICA DI UN CORPO CHE SI MUOVE DI MOTO ROTATORIO ATTORNO AD UN ASSE

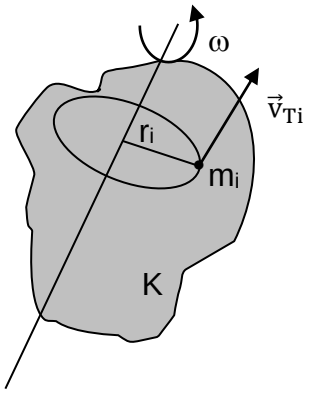


fig. 50

Supponiamo che un corpo si muova di moto rotatorio attorno ad un asse con velocità angolare ω. Immaginiamo di suddividere il corpo in tante piccole masse (fig. 50). La i-esima massa m_i disterà r_i dall'asse e avrà velocità tangenziale v_i. Quindi la i-esima massa avrà energia cinetica pari a $E_{ci}= \frac{1}{2} m_i v_i^2$. Possiamo pensare che l'energia cinetica totale del corpo E_{ct} sia la somma delle energie delle singole masse. Allora:

$$E_{ct}= E_{c1}+E_{c2} +\ldots\ldots +E_{cn}$$

$$E_{c1}=\frac{1}{2} m_1 v_{T1}^2=\frac{1}{2} m_1\omega^2 r_1^2$$

$$E_{ct}=\frac{1}{2} m_1\omega^2 r_1^2 +\ldots\ldots + \frac{1}{2} m_n\omega^2 r_n^2= \frac{1}{2}\omega^2(m_1 r_1^2+ \ldots\ldots\ldots+ m_n r_n^2)= \frac{1}{2}\omega^2 I$$

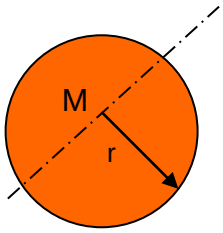
Con **I** è stata indicata la sommatoria tra parentesi.

Quest'ultima è una grandezza che dipende esclusivamente dalla distribuzione delle masse i-esime attorno all'asse di rotazione. Tale grandezza prende il nome di **momento di inerzia**. In definitiva:

$E_{ct}=\frac{1}{2}\omega^2 I$ Energia cinetica di un corpo che si muove di moto rotatorio.

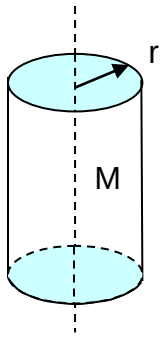
Per determinare i momenti di inerzia dei solidi regolari, sfere, cilindri, ecc. ci sono delle formule molto semplici. Vediamone alcuni esempi:

SFERA PIENA



$$I=\frac{2}{5}mr^2$$

CILINDRO PIENO



$$I=\frac{Mr^2}{2}$$

6.10 ENERGIA CINETICA DI UN CORPO CHE SI MUOVE DI MOTO ROTOTRASLATORIO

Se un corpo ruota attorno ad un asse e l'asse trasla allora il corpo si muove di moto rototraslatorio (fig. 51). Essendo il moto rototraslatorio la combinazione di un moto traslatorio con un moto rotatorio, l'energia cinetica del corpo si può calcolare sommando le due formule viste precedentemente, ovvero:

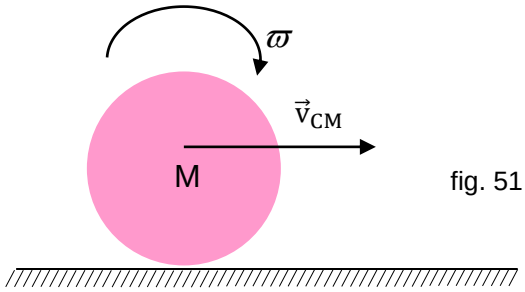


fig. 51 – Corpo che si muove di moto rototraslatorio verso destra

$E_c = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} \omega^2 I$ Energia cinetica di un corpo che si muove di moto rototraslatorio.

6. 11 ENERGIA MECCANICA

Si definisce energia meccanica $\mathbf{E_M}$ di un corpo la somma della sua energia cinetica e della sua energia potenziale, ovvero $\mathbf{E_M = E_p + E_c}$**.** L'energia meccanica è una grandezza scalare ed ha la stessa unità di misura dell'energia cinetica e potenziale ovvero joule. Se il corpo possiede solo energia potenziale perché è in quiete allora la sua energia meccanica coincide con l'energia potenziale: $E_M = E_p$. Se il corpo possiede solo energia cinetica perché si sta muovendo rimanendo sempre sul piano di riferimento allora l'energia meccanica coincide con l'energia cinetica: $E_m = E_c$.

6.12 PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

Quando si è originato l'Universo vi era una certa quantità di energia. Tale quantità rimane sempre la stessa. Ciò che succede a seguito dei processi è la trasformazione dell'energia da una forma all'altra.

In un corpo o in un sistema di corpi soggetti a forze conservative e/o a forze non conservative che non compiono lavoro, la somma dell'energia cinetica totale e dell'energia potenziale totale ovvero dell'energia meccanica rimane costante nel tempo. $E_M=E_p+E_c=$ cost.

Quello che succede in genere è che varia l'energia potenziale e cinetica in modo che la somma rimanga costante fintantoché non interviene una forza non conservativa, tipicamente una forza di attrito.

Corollario: ad esempio, se un cilindro sufficientemente rigido rotola senza strisciare giù per un piano inclinato a sua volta sufficientemente rigido, le forze d'attrito non compiono lavoro, in quanto applicate a punti la cui velocità è zero.

6.13 LEGGE DELLA GRAVITAZIONE UNIVERSALE

La scoperta di questa importantissima legge fisica è da attribuire a Newton, il quale la rende nota al mondo scientifico attorno all'anno 1670.

Enunciato:

due corpi dotati di massa m_1 e m_2, posti alla distanza r eventualmente anche nel vuoto, si attirano con una forza di valore F che è direttamente proporzionale al prodotto delle loro masse e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza (fig 52).

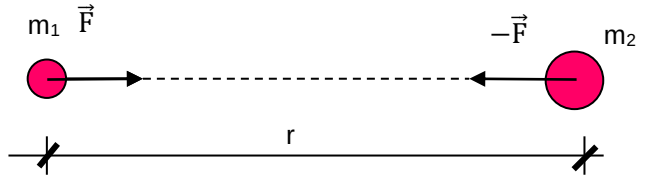


fig. 52

$$F= G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$ Legge della gravitazione universale

G è la costante di gravitazione universale che vale $6{,}67\times10^{-11}\ \frac{N\cdot m^2}{kg^2}$.

La formula vale rigorosamente solo se i corpi sono schematizzabili come sfere omogenee ed isotrope. La costante di gravitazione universale **G**, assieme alla velocità della luce **c** e alla costante di Planck **h** e altre poche grandezze sono le uniche che rimangono invariate al variare del sistema di riferimento.

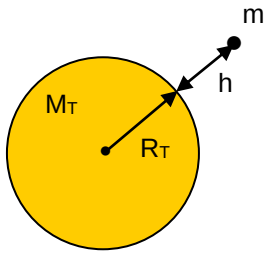
E' importante notare che per rispettare la terza legge della dinamica le due forze che agiscono sui corpi sono della medesima intensità. Ad esempio la con cui la Terra attira verso il suo centro un sasso e la stessa con cui il sasso attira verso il suo centro la Terra. E' naturale poi che sia il sasso a spostarsi perché ha una massa infinitamente più piccola di quella della Terra.

A questo punto si può comprendere meglio cos'è il peso di un corpo.

Il peso di un corpo è la forza di attrazione dovuta alla gravitazione universale, che la terra esercita sul corpo stesso. Il peso è una forza diretta verso il centro di massa della terra.

Se una delle due masse è la Terra, sapendo che M_T= 6x10^{24} kg e R_T= 6,37x10^{6}m e se il corpo è vicino alla superficie terrestre, allora

$$F= \frac{GM_T m}{(R_T+h)^2} = \frac{6{,}67x10^{-11}x6x10^{24}xm}{(6{,}37x10^6)^2} 0{,}98x10^{-11}x10^{24}x10^{-12}m = 0{,}98x10m = 9{,}8m$$



Quindi la forza con cui la Terra attira verso il suo centro un corpo di massa m vale 9.8 ovvero P= mg cioè la formula già presentata nei capitoli precedenti.

<u>Velocità di fuga</u>

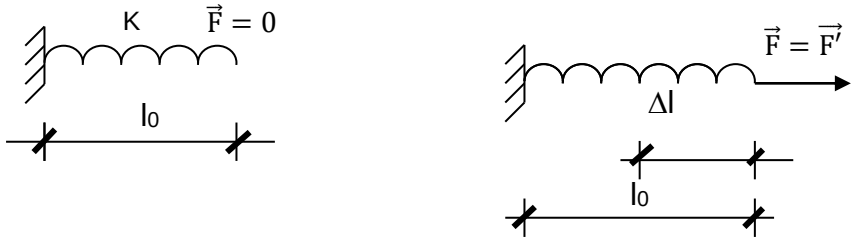
Se stando sulla Terra, lanciamo un sasso verso l'alto, esso, dopo aver raggiunto una certa altezza, inverte la direzione del suo movimento e ricade.

L'altezza raggiunta dal sasso è tanto maggiore quanto più grande è la velocità con cui l'abbiamo lanciato in alto. La forza di gravità, con cui gli oggetti vengono attratti dalla Terra, va diminuendo via via che aumenta la distanza dalla Terra: quanto più in alto arriva, tanto minore dunque è la forza di gravità che il sasso, lassù, sente.

Lanciando dunque un sasso con velocità sufficiente, esso può arrivare tanto in alto che la forza di gravità diventa praticamente trascurabile. In questo caso il sasso non cadrà più, e continuerà ad allontanarsi sempre più dalla Terra. La più piccola velocità di lancio per cui ciò succede si chiama velocità di fuga. La velocità di fuga è la stessa, qualunque sia la massa del corpo lanciato verso l'alto e vale circa 11000 $\frac{m}{s}$. Tuttavia la forza necessaria per accelerare un corpo sino a fargli acquistare la velocità di fuga dipende dalla massa del corpo, ed è questo il motivo per cui i missili pesanti richiedono un sistema di propulsione più potente.

6.14 ENERGIA POTENZIALE ELASTICA

Quando una molla di costante elastica k, viene compressa o allungata di un tratto pari a Δl, essa accumula una certa energia potenziale elastica. Il valore di tale energia si può determinare come lavoro fatto da una certa forza F per portare la molla della lunghezza a riposo alla lunghezza deformata $\vec{F}$.



L=F'*s

Siccome la forza che si deve applicare alla molla per allungarla di Δl non è costante, ma varia dal valore minimo 0 al valore massimo F', nella formula del lavoro introduciamo il valore medio $\frac{F' + 0}{2} = \frac{F'}{2}$ per cui:

L= $\frac{F'}{2}\Delta l$

Ora ricordando che la legge di Hooke F'= kΔl possiamo scrivere:

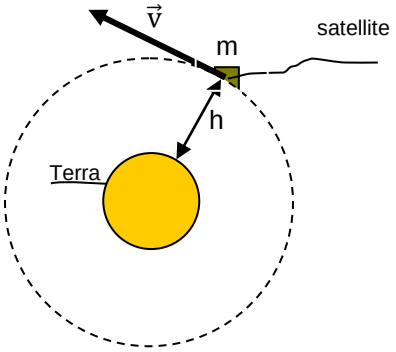
L= $\frac{k\Delta l}{2}\Delta l = \frac{k\Delta l^2}{2}$

Per cui l'energia potenziale elastica si determina con la seguente legge fisica.

$E_{pm}=\frac{1}{2}k\Delta l^2$ Energia potenziale elastica

6.15 IL MOTO DEI SATELLITI ARTIFICIALI

Per mettere in orbita un satellite di massa m intorno alla Terra è necessario portalo, mediante un razzo, ad una certa quota h e quindi fargli acquistare mediante un secondo razzo una determinata velocità $\vec{v}$.



Per mantenere il satellite in moto circolare uniforme è necessaria la forza centripeta $F_c = ma_c$ con $a_c = \frac{v^2}{(h+R)}$ e facendo le sostituzioni si ottiene:

$$F_c = \frac{mv^2}{(h+R)}$$

Questa forza centripeta è esercitata dall' attrazione gravitazionale della Terra sul satellite.

$$F_c = \frac{GmM_T}{(R+h)^2}$$

Ed eguagliando i due secondi membri si ottiene:

$$\frac{GmM_T}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{(h+R)}$$

Dividendo per m entrambi i membri ed esplicitando rispetto a v si ottiene:

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R+h}}$$

Esempio:

vogliamo che un satellite ruoti ad una altezza rispetto alla Terra di 3000Km.

A quale velocità dovrà muoversi?

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R+h}} = \sqrt{\frac{6{,}67x10^{-11}x5{,}98x10^{24}}{6{,}36x10^6 + 3x10^6}} = 6{,}52x10^3 \frac{m}{s}$$

<u>Satelliti geostazionari</u>

I satelliti geostazionari sono quelli che rimangono fissi sopra una certa località, ovvero il loro periodo di rivoluzione deve essere uguale a quello di rotazione della Terra, cioè T=24h.

A quale distanza dalla superficie terrestre vengono messi in orbita tali satelliti?

$$v = \frac{2\pi(R+h)}{T} \quad \text{e} \quad v = \sqrt{\frac{GM_T}{R+h}}$$

Eguagliando i due secondi membri otteniamo:

$$\frac{2\pi(R+h)}{T} = \sqrt{\frac{GM_T}{R+h}}$$

Elevando al quadrato entrambi e membri otteniamo:

$$\frac{4\pi^2(R+h)^2}{T^2} = \frac{GM_T}{(R+h)}$$

e ancora

$(R+h)^3 = \frac{GM_T T^2}{4\pi}$ da cui R+h= $\sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi}}$ per cui h= $\sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi}}$ -R

h= $\sqrt[3]{\frac{6{,}67x10^{-11}x5{,}98x10^{24}}{4\pi}} - 6{,}37x10^6 = 36{,}1x10^6$ m con $v = 3000\,\frac{m}{s}$

Esempio

Sapendo che il raggio medio dell'orbita terrestre nel suo moto attorno al Sole è pari a r=1,5x10^{11}m , determinare la massa del Sole.

T=365x24x60x60=3,1x10^{7}s

$F_g = \frac{M_T M_S G}{d^2}$ $F_c = M_T a_C$ $a_C = \frac{V^2{}_T}{r}$ $F_c = M_T \frac{V_T{}^2}{r}$ $V_T = \frac{2\pi d}{T}$

$F_c = \frac{M_T 4\pi^2\ d^2}{T^2}$ $\frac{M_T M_S G}{d^2} = \frac{M_T 4\pi^2}{T^2}$ $M_S = \frac{4\pi^2 d^3}{T^2 G}$

$$M_s = \frac{4\pi^2 x(1{,}5x10^{11})^3}{(3{,}1x10^7)^2 x6{,}67x10^{-11}} = 2{,}1x10^{30}kg$$

Per la redazione della dispensa mi sono avvalso della consultazione della seguente bibliografia.

Bibliografia

La pila di Volta: una scintilla lunga due secoli.
Istituto Lombardo Accademia di Scienza e Lettere, Milano 1999

Sofia Talas, *La grande avventura della Scienza elettrica*,
Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Fisica - Padova 2007

Sofia Talas, *La nascita della Scienza moderna europea e lo sviluppo del metodo scientifico*, Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Fisica - Padova 2007

Carlos Fiolhais, *Fisica per tutti*, Marco Troppa Editore, Milano 2008

Antonio Zichichi, *Galilei dall'ipse dixit al processo di oggi*,
Il Saggiatore, Milano 2004

Gabriele Vanin, *Galileo Astronomo 1609-2009*,
Edizioni DBS, Seren del Grappa 2008

John Meurig Thomas*, Michael Faraday*

Arnold B. Arons, *Guida all'insegnamento della fisica*,
Zannichelli, Bologna 1992

Giovanni Tonzig *100 errori di fisica*, Sansoni Editore, Firenze 1991

Barry Parker, *Scuola guida Newton*, edizioni Dedalo, Bari 2008

Andrea Frova, *La Fisica sotto il naso*, Bur Saggi, 2006

Pietro Greco, *Buongiorno Prof. Budinich, la storia eccezionale di un fisico italiano*, Bompiani, 2007

Enrico Bellone, *Storia della fisica*, Utet 1990

Giovanni Tonzig, *Fondamenti di Meccanica Classica*, Maggioli Editore, 2010.

Giovanni Tonzig, *Semplicemente Fisica*, Maggioli Editore, 2013

Appunti dalle lezioni di Fisica – Corso di Ingegneria Civile presso l'Università di Padova

Carlo Rovelli, *La realtà non è come ci appare*, Raffaello Cortina Editore, 2014

Andrea Frova, *Perché accade ciò che accade*, Bur, 2006

Alonso/Finn, *Elementi di Fisica per l'Università*, Masson Editori, 1985

Robert Lomas, *L'uomo che ha inventato il XX secolo*, Piano B Edizioni, 1999

Fabio Toscano, *Una forza della natura*, Sironi Editori, 2017